

ELETTROMAGNETISMO

Giovanni Buccolieri

e-mail: giovanni.buccolieri@unisalento.it

Carica elettrica e forza di Coulomb

Strofinando tra loro oggetti non metallici (ambra e un panno di lana) e avvicinandoli a piccoli pezzi di materiali vari (carta, polveri di diversi materiali, ecc) si osservano forze di tipo attrattive o repulsive: ciò è dovuto ad una proprietà fondamentale della materia detta **carica elettrica** che si presenta in due differenti aspetti definiti convenzionalmente **positiva** e **negativa**.

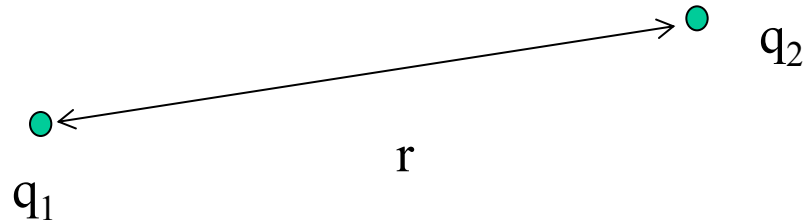
La carica elettrica più piccola osservata è quella dell'elettrone (**-e**) e protone (**+e**) ($e=1,6 \cdot 10^{-19}$ C): ogni altra carica elettrica è un multiplo intero della carica dell'elettrone.

Le azioni tra cariche sono di tipo attrattivo (cariche di segno opposto) o repulsivo (tra cariche dello stesso segno)

Elettrostatica

Legge di Coulomb: prese due cariche elettriche q_1 e q_2 , poste ad una distanza r , tra queste ci sarà una forza F data da:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$



Nel vuoto ϵ si indica con ϵ_0 detta **costante dielettrica del vuoto** ($\epsilon_0=8.85 \cdot 10^{-12} \text{ N}^{-1}\text{m}^{-2}\text{C}^2$, $1/4\pi \epsilon_0 =9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$).

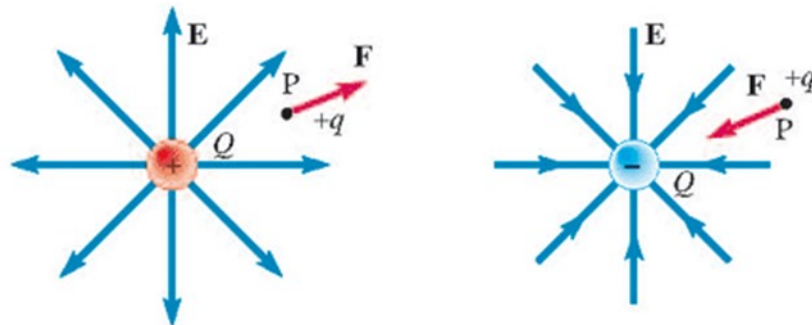
In un mezzo si sostituisce ϵ con $\epsilon_0\epsilon_r$ dove ϵ_r rappresenta la costante dielettrica relativa del mezzo.

Campo elettrico \mathbf{E}

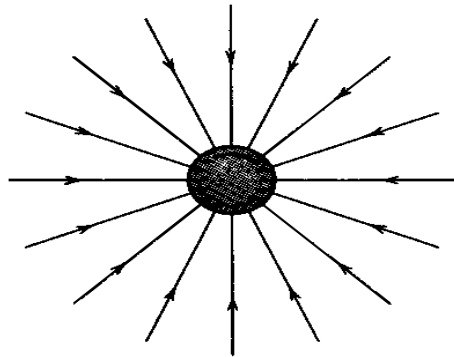
La presenza di cariche elettriche perturba lo spazio circostante: a tale perturbazione si dà il nome di vettore **campo elettrico \mathbf{E}** la cui presenza è evidenziabile dall'azione di forze su cariche di prova.

$$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}}$$

Il campo elettrico può essere rappresentato graficamente mediante l'utilizzo di linee di forza: linee le cui tangenti in ogni punto forniscono la direzione del campo elettrico in quel punto e la cui densità è proporzionale all'intensità del campo elettrico.



Rappresentazione di \mathbf{E}

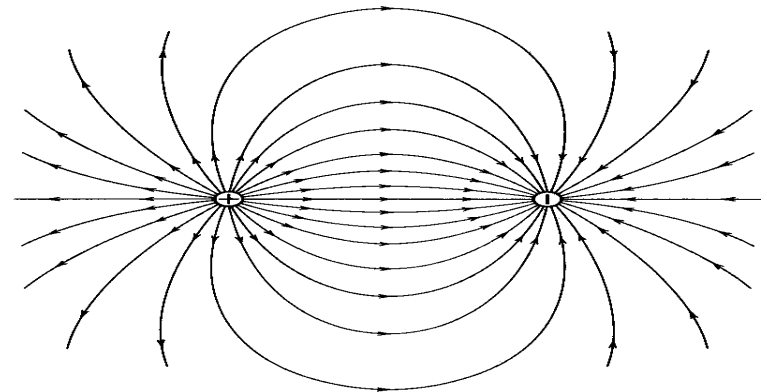
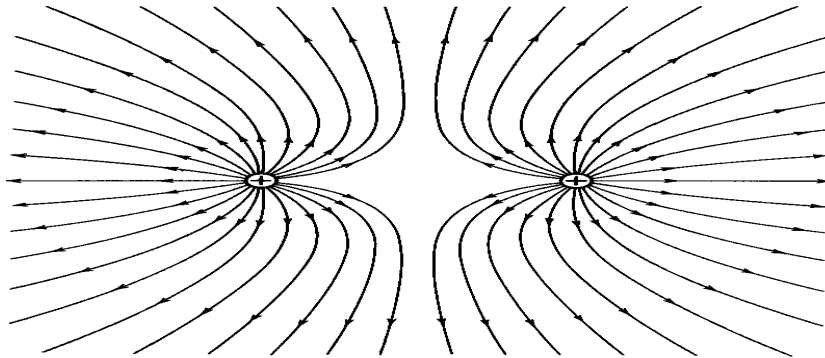


Carica elettrica negativa

$$|\vec{\mathbf{E}}(\mathbf{r})| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad \text{Carica isolata}$$

Linee di forza di una carica puntiforme

Linee di forza di un sistema di due cariche puntiformi di segno opposto



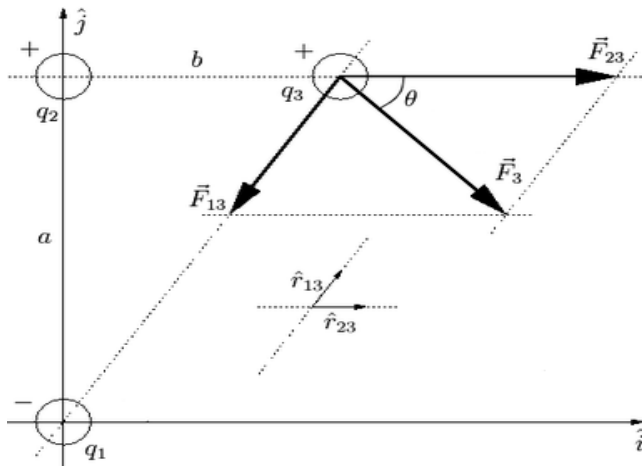
Linee di forza di un sistema di due cariche puntiformi dello stesso segno

Principio di SOVRAPPOSIZIONE

Per il calcolo del campo elettrico prodotto da sistemi di cariche vale il **principio di sovrapposizione**: in un punto dello spazio i campi elettrici dovuti a distribuzioni di cariche separate si sommano vettorialmente in maniera “indipendente”.

$$\vec{\mathbf{E}}_{\text{tot}} = \sum_i \vec{\mathbf{E}}_i$$

Suppongo di avere una carica \mathbf{q}_1 (negativa) ed una carica \mathbf{q}_2 (positiva) come in figura. Voglio determinare il campo complessivo \mathbf{E}_{tot} ad una distanza \mathbf{b} da \mathbf{q}_2 . Pongo una carica di prova \mathbf{q}_3 (positiva) nel punto desiderato. Calcolo la forza tra \mathbf{q}_1 e \mathbf{q}_3 , quella tra \mathbf{q}_2 e \mathbf{q}_3 e faccio la somma vettoriale.



q_3 : carica di prova

$$\vec{\mathbf{F}}_3 = \vec{\mathbf{F}}_{13} + \vec{\mathbf{F}}_{23}$$

$$\vec{\mathbf{E}}_{\text{tot}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}_3}{\mathbf{q}_3}$$

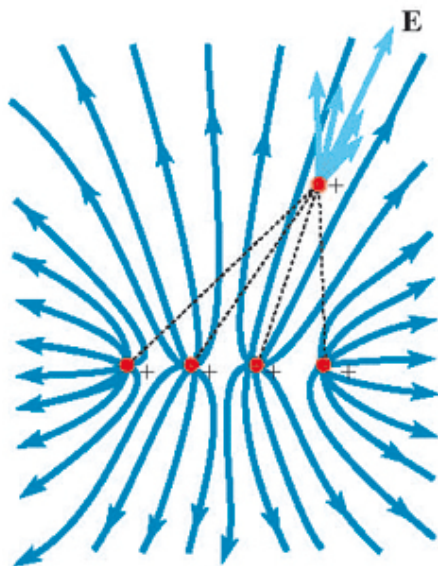
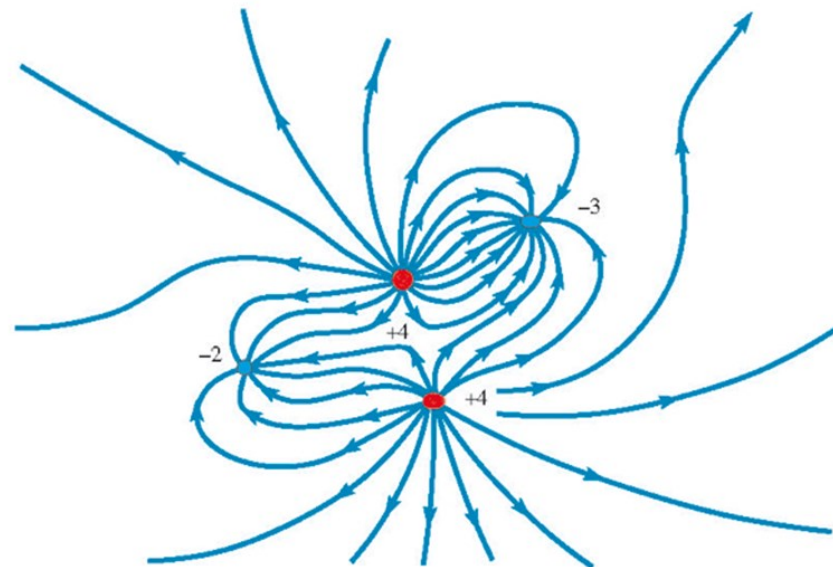


Figura 11.3

Linee di forza del campo elettrico determinato da quattro cariche puntiformi positive uguali. Il campo elettrico viene ricostruito vettorialmente sommando i contributi di ciascuna carica elettrica.



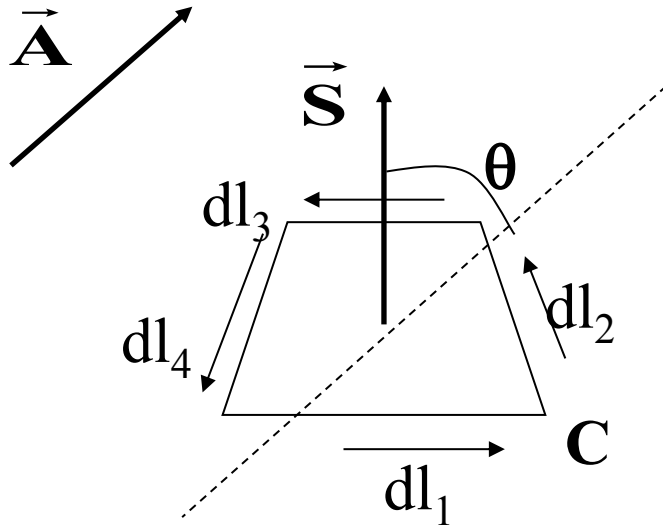
Linee di forza generate da cariche elettriche diverse sia come segno che come entità. Dove le linee di forza si addensano il campo elettrico è più intenso, dove sono diradate il campo elettrico è più debole.



Scannicchio
Fisica biomedica
 EdISES

Flusso e circuitazione di un vettore

Preso un vettore \vec{A} ed una superficie S che ha come contorno C ($C=dl_1+dl_2+dl_3+dl_4$), si definisce:



Flusso del vettore \vec{A} attraverso la superficie S :

$$\Phi_S(\vec{A}) = \vec{A} \cdot \vec{S} = A S \cos \theta$$

Per superfici non piane e/o con vettori \vec{A} non costanti su S :

$$\Phi_S(\vec{A}) = \sum \vec{A}_i \cdot \vec{S}_i = \int_S \vec{A} \cdot d\vec{S}$$

Circuitazione del vettore \vec{A} :

$$C(\vec{A}) = \vec{A}_1 \cdot d\vec{l}_1 + \vec{A}_2 \cdot d\vec{l}_2 + \vec{A}_3 \cdot d\vec{l}_3 + \vec{A}_4 \cdot d\vec{l}_4 = \sum \vec{A}_i \cdot d\vec{l}_i = \sum A_i dl_i \cos \theta_i$$

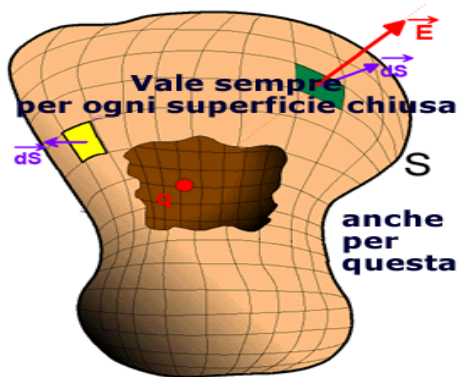
In generale:

$$C(\vec{A}) = \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l}$$

Legge di GAUSS

Il flusso del campo elettrico \mathbf{E} attraverso una qualsiasi superficie chiusa S (indicato con $\Phi_S(\mathbf{E})$) è dato dal rapporto tra la sommatoria della carica contenuta all'interno della superficie e la costante dielettrica.

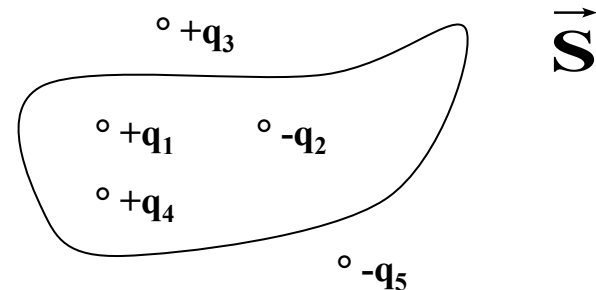
$$\Phi_S(\vec{\mathbf{E}}) = \oint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{S}} = \frac{\sum_i q_i}{\epsilon_0}$$



$$\Phi(\vec{\mathbf{E}})_S = \sum \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{S}} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\Phi(E)_S = \frac{Q_{tot}}{\epsilon_0}$$

Superficie chiusa



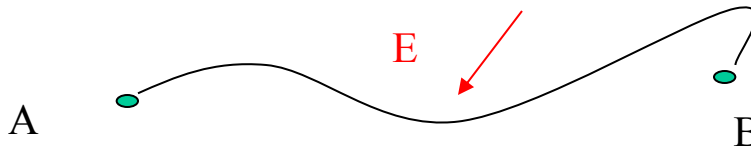
$$\Phi_S(\vec{\mathbf{E}}) = \frac{q_1 - q_2 + q_4}{\epsilon_0}$$

Il potenziale elettrico

La perturbazione dello spazio in presenza di cariche elettriche statiche può essere descritta in termini di vettore campo elettrico \mathbf{E} o in termini di una quantità scalare, il **potenziale scalare** V .

In presenza di campo elettrico, supponiamo di portare una carica q_0 da un punto **A** ad un punto **B**: indicando con W_{AB} il lavoro che deve essere fatto dall'agente che muove la carica, si definisce differenza di potenziale elettrico $V_B - V_A$ la quantità:

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0}$$



Dal punto di vista dimensionale il potenziale elettrico rappresenta un lavoro per unità di carica:

$$[V] = \frac{J}{C} = V \quad (\text{Volt})$$

Nel caso di distribuzioni di cariche localizzate si pone uguale a zero il potenziale all'infinito: in queste condizioni si può definire il potenziale in un punto. Negli altri casi ci si esprime in termini di differenze di potenziale tra punti.

La presenza della funzione potenziale è legata alla presenza di forze conservative: le forze dovute al campo elettrostatico.

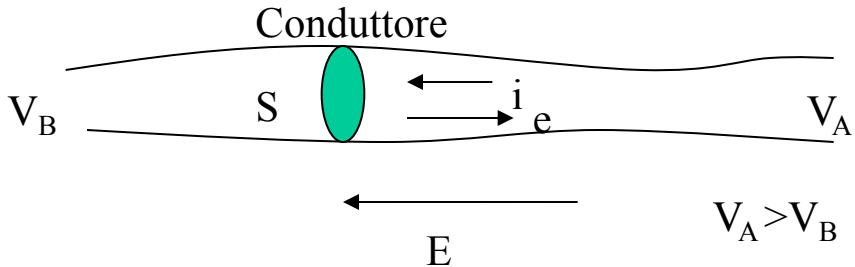
$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad \vec{E} = -\nabla V = -\text{grad}(V)$$

Correnti e resistenze

Un flusso di carica dq nel tempo dt definisce una corrente i data da:

$$\mathbf{i} = \frac{d\mathbf{q}}{dt}$$

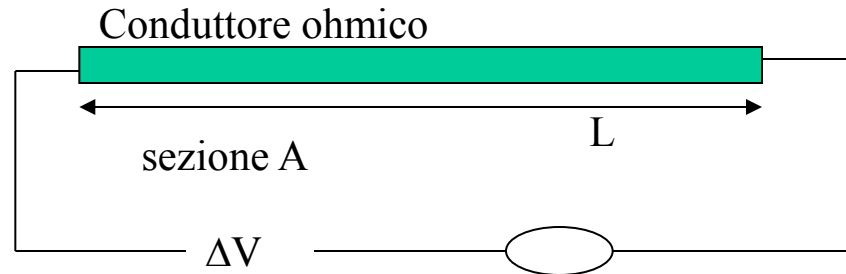
$$[\mathbf{i}] = \mathbf{A} = \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{s}}, \quad (\mathbf{A} = \text{Ampere})$$



Si definisce il vettore \mathbf{j} , densità di corrente (A/m^2), tale che:

$$\mathbf{i} = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

Applicando al conduttore un certo ΔV , si misura una certa i . Variando ΔV varierà anche i . Per i conduttori ohmici il rapporto $\Delta V/i$ non varia e definisce la resistenza R del conduttore.



$$\mathbf{R} = \frac{\Delta V}{i} \Rightarrow \Delta V = \mathbf{R} \cdot i \quad [\mathbf{R}] = \frac{V}{A} = \Omega \quad (\text{ohm})$$

La precedente equazione è nota come **I legge di OHM**

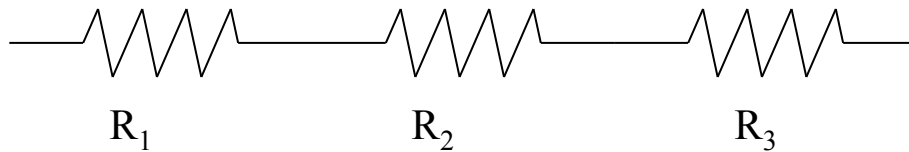
Collegata alla resistenza è la resistività ρ che è caratteristica del materiale. Il suo reciproco σ definisce la conduttività. Valgono le seguenti relazioni:

$$\vec{\mathbf{E}} = \rho \vec{\mathbf{j}}, \quad \sigma = \frac{1}{\rho},$$

$$\mathbf{R} = \rho \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{A}}$$

Il legge di Ohm

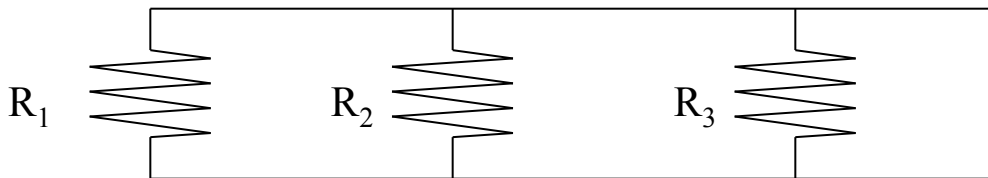
Resistenze in serie



$$\mathbf{R}_{\text{tot}} = \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3$$

$$i_1 = i_2 = i_3 = i$$

Resistenze in parallelo

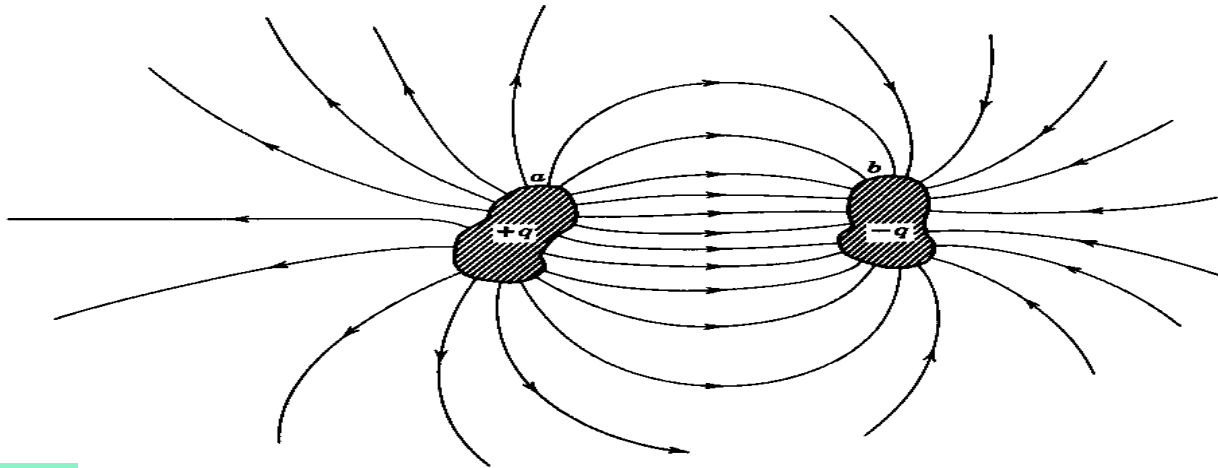


$$\frac{1}{\mathbf{R}_{\text{tot}}} = \frac{1}{\mathbf{R}_1} + \frac{1}{\mathbf{R}_2} + \frac{1}{\mathbf{R}_3}$$

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V_3 = \Delta V$$

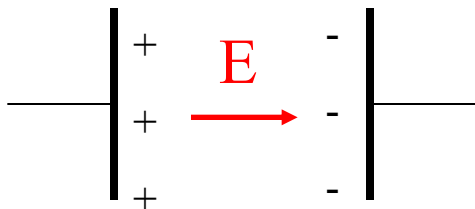
I condensatori

Geometria di un generico condensatore: due conduttori isolati **a** e **b** di forma arbitraria (di seguito chiamate armature). Se su esse sono distribuite cariche uguali in modulo ed opposte in segno, $+q$ e $-q$, si genera un campo e quindi una differenza di potenziale V tra i conduttori. Si definisce capacità **C** del condensatore il rapporto q/V : tale rapporto risulta indipendente da q e V e dipende unicamente dalla geometria del condensatore e dal mezzo in cui esso si trova.



$$C = \frac{q}{V}$$

$$[C] = \frac{C}{V} = F, \quad (\text{Farad})$$



Condensatore a facce piane e parallele

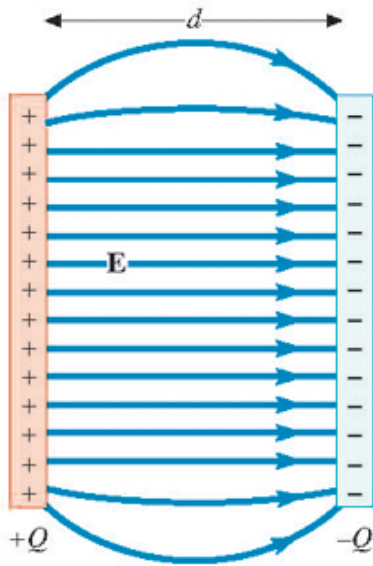
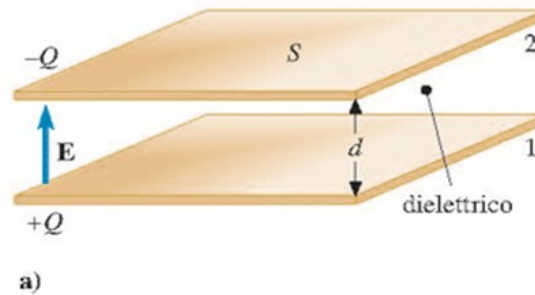


Figura 11.14

Linee di forza del campo elettrico E tra le armature di un condensatore piano carico. Il campo è praticamente *uniforme* e di modulo $E = \Delta V/d$.

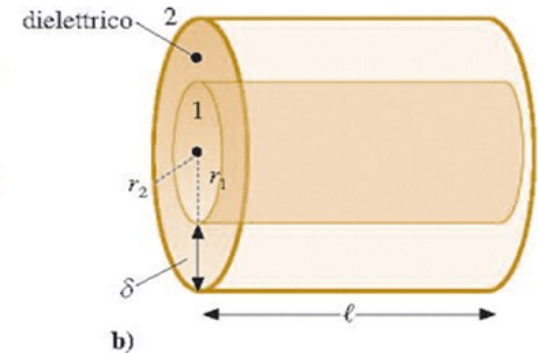


Condensatore piano

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}$$

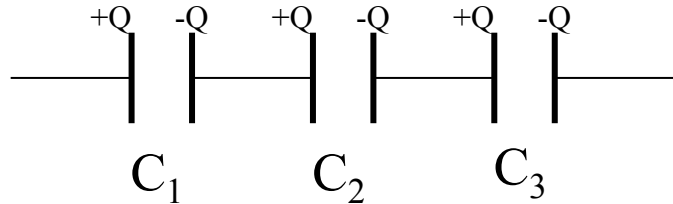
$$C = \epsilon_0 \epsilon_r 2\pi \frac{r_2}{r_2 - r_1} l$$

Condensatore cilindrico



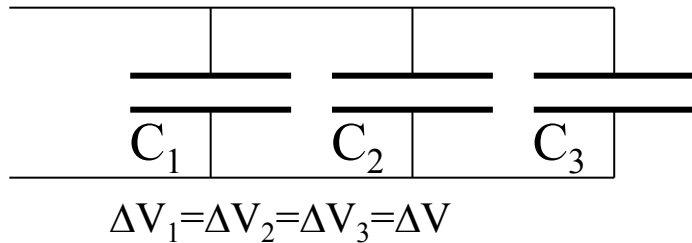
I condensatori

Condensatori in serie:



$$\frac{1}{C_{\text{tot, serie}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Condensatori in parallelo:



$$C_{\text{tot, parallelo}} = C_1 + C_2 + C_3$$

Energia e condensatori:

$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} V^2 C = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

Potenza

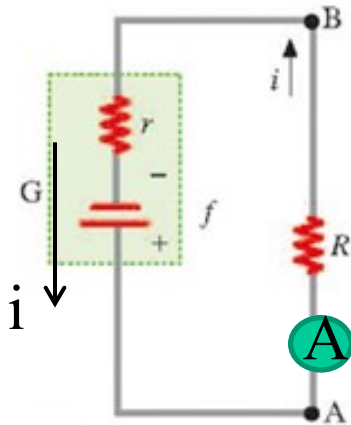
Abbiamo definito V come un lavoro per unità di carica, quindi il prodotto Vi definisce un lavoro per unità di tempo ossia una potenza P :

$$P = Vi$$

$$[P] = VA = W \text{ (Watt)}$$

Per un conduttore ohmico $V= Ri$ quindi:

$$P = Ri^2 = \frac{V^2}{R}$$

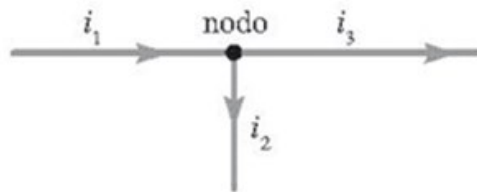


Semplice circuito elettrico

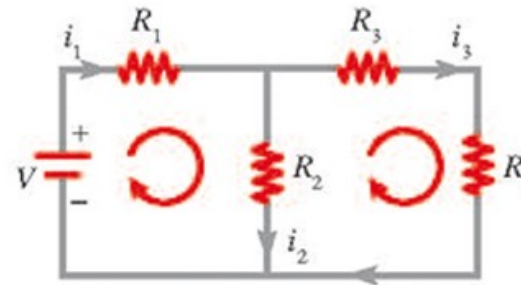
$$f = (R+r)i$$

Mediante l'**amperometro** A è possibile misurare la corrente che scorre nel circuito: in alternativa è possibile eseguire misure di differenza di potenziale ΔV_R ai capi di R e risalire ad i ($\Delta V_R/R=i$).

I Principio di Kirkhoff



II Principio di Kirkhoff



I Principio di Kirkhoff

La somma algebrica delle intensità di corrente in un nodo è uguale a zero:

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0.$$

II Principio di Kirkhoff

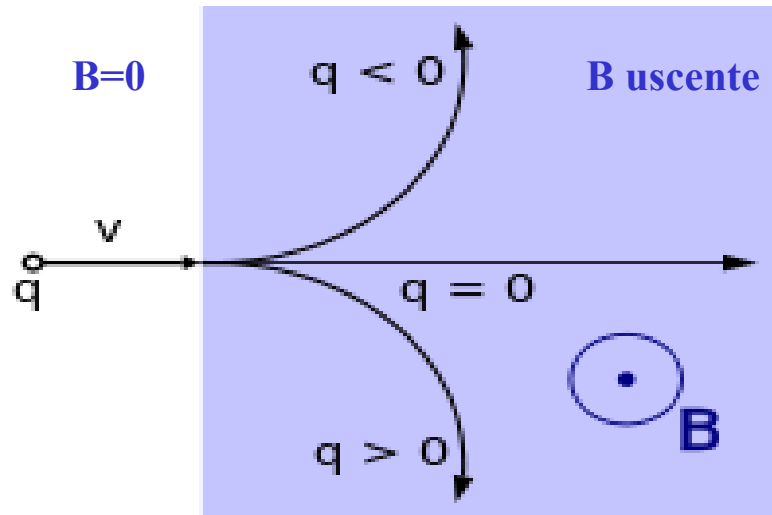
In ciascuna maglia la somma algebrica delle cadute di potenziale nelle resistenze è uguale alla d.d.p. del generatore, se è presente, oppure a zero se nella maglia non vi è generatore:

$$\begin{cases} i_1 R_1 + i_2 R_2 = V \\ i_3 R_3 + i_4 R_4 - i_2 R_2 = 0 \end{cases}$$

(fissato un verso convenzionale di circolazione della corrente e ricordando che la d.d.p. dell'eventuale generatore è da intendersi positiva se la corrente ha verso dal polo negativo al polo positivo).

Il vettore induzione magnetica

Si può osservare che lo spazio attorno ad un magnete o attorno ad un filo percorso da corrente è perturbato: a tale perturbazione si dà il nome di **vettore induzione magnetica \mathbf{B}** . La presenza di un vettore \mathbf{B} si può evidenziare valutando l'eventuale forza \mathbf{F} su una particella di carica q in movimento con velocità \mathbf{v} :



$$\vec{\mathbf{F}} = q \vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

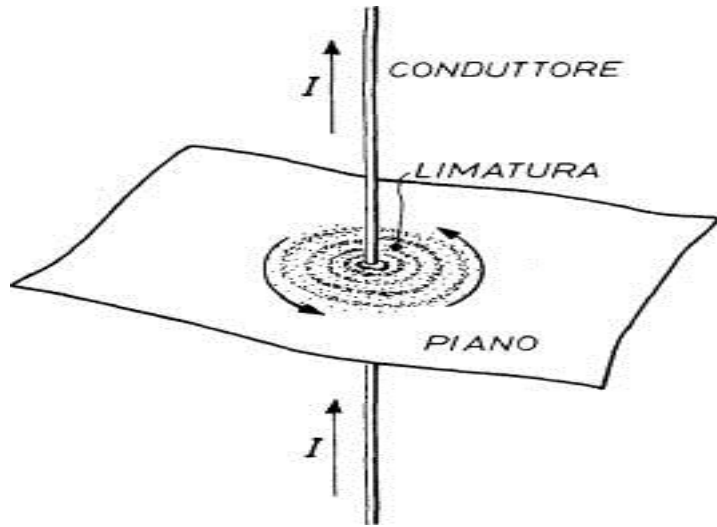
Notare che $\mathbf{F}=0$ se \mathbf{v} e \mathbf{B} sono paralleli

$$[\mathbf{B}] = \frac{[\mathbf{F}]}{[q] \cdot [\mathbf{v}]} = \frac{\text{N}}{\text{C} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} = \text{T}, \quad (\text{Tesla})$$

Forza di Lorentz

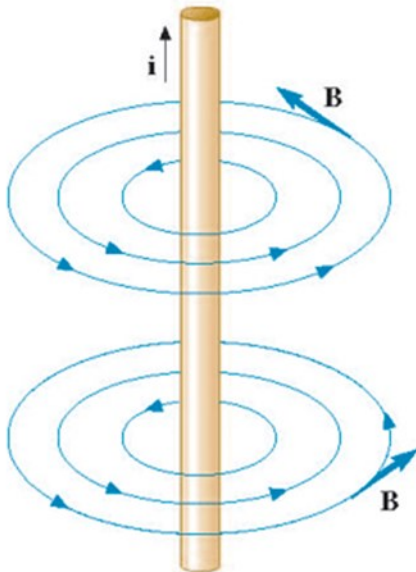
Una particella di carica q che si muove con velocità \mathbf{v} in presenza di campi elettrico e magnetico, è sottoposta ad una forza \mathbf{F} data da:

$$\vec{\mathbf{F}} = q \vec{\mathbf{E}} + q \vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}$$



Un filo percorso da corrente \mathbf{i} , genera intorno ad esso un **vettore induzione magnetica \mathbf{B}** le cui linee di forza sono circonferenze concentriche col filo.

Ad una distanza \mathbf{R} da un filo infinito percorso da corrente \mathbf{i} , il modulo di \mathbf{B} vale:

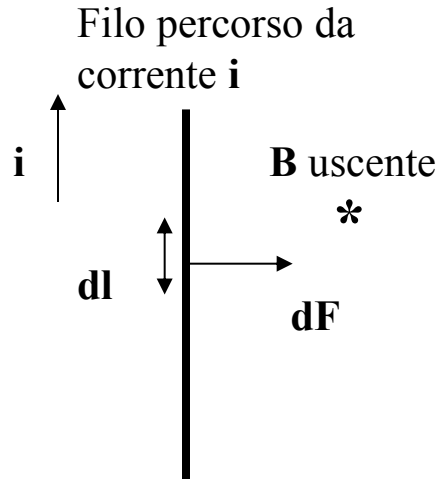


$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mathbf{i}}{\mathbf{R}}$$

μ_0 : permeabilità magnetica del vuoto
 ($[\mu_0]=1.26 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}=4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$)

Interazioni tra correnti e campi magnetici

Filo percorso da corrente ed immerso in un campo \mathbf{B}



Sul tratto $d\mathbf{l}$ di filo percorso da corrente i ed immerso nel campo magnetico \mathbf{B} , si ha una forza infinitesima $d\mathbf{F}$ data da:

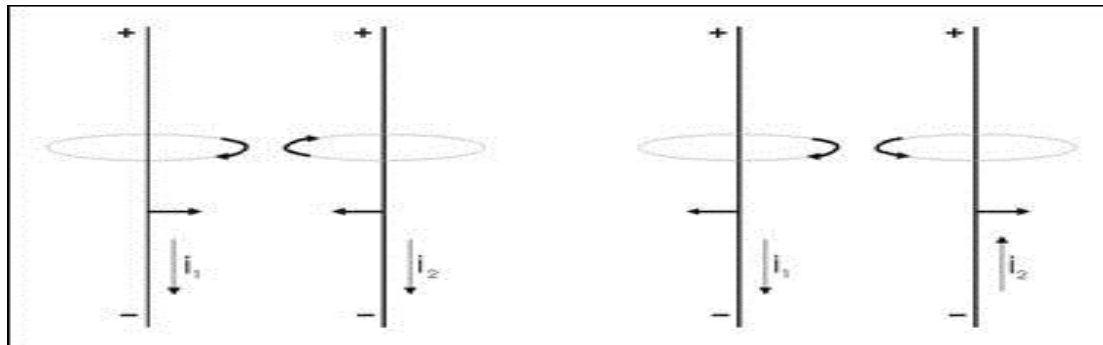
$$d\vec{\mathbf{F}} = i d\vec{\mathbf{l}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

Esiste una stretta relazione tra correnti elettriche e campi magnetici: le correnti generano campi magnetici e i campi magnetici esercitano azioni sulle correnti.

2 fili paralleli percorsi da corrente si attraggono o si respingono: considero un filo che genera B ed il secondo che lo subisce.

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mathbf{i}}{\mathbf{R}}$$

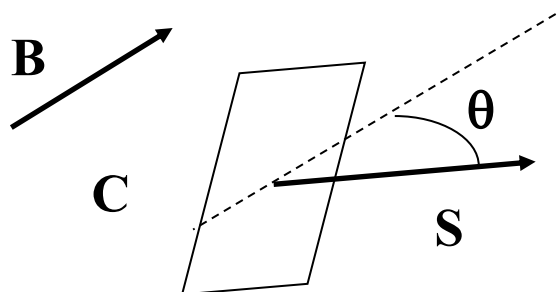
$$d\vec{F} = i d\vec{l} \times \vec{B}$$



$$\mathbf{F} = \frac{\mu_0 l \mathbf{i}_1 \mathbf{i}_2}{2\pi d}$$

dove d indica la distanza tra i fili e \mathbf{i}_1 e \mathbf{i}_2 le rispettive correnti.

Campi magnetici variabili nel tempo



Consideriamo un circuito C immerso nel campo \mathbf{B} e calcoliamo il flusso di \mathbf{B} attraverso una qualsiasi superficie S che ha come contorno C .

$$\Phi_S(\vec{\mathbf{B}}) = \vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{\mathbf{S}} = B S \cos \theta$$

$$[\Phi_S(\vec{\mathbf{B}})] = \text{Wb}, \quad (\text{Weber})$$

Se tale flusso $\Phi(\mathbf{B})$ varia nel tempo, in C sarà presente una forza elettromotrice indotta, V_{ind} , data da:

$$V_{\text{ind}} = - \frac{\Delta \Phi_S(\vec{\mathbf{B}})}{\Delta t}$$

$\Phi_S(\vec{\mathbf{B}})$
varia nel tempo se:

- nel tempo varia \mathbf{B} ;
- nel tempo varia S (cambia dimensioni);
- nel tempo varia θ (si modifica la posizione relativa tra \mathbf{B} e S);

“... nella dinamo della bicicletta varia θ .”

Se nel circuito **C** precedente è presente una resistenza **R**, indicando con **i** la corrente del circuito, si ottiene: **V=Ri**

Analisi dimensionale

$$[\mathbf{B}] = \mathbf{T} = \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{A} \cdot \mathbf{m}}, \quad [\Phi(\mathbf{B})] = \mathbf{Wb}$$

$$\mathbf{T} = \frac{\mathbf{Wb}}{\mathbf{m}^2} = \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{A} \cdot \mathbf{m}} = \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{C} \cdot \mathbf{m} / \mathbf{s}}$$

$$\mathbf{Wb} = \frac{\mathbf{N} \cdot \mathbf{m}}{\mathbf{A}} = \frac{\mathbf{J}}{\mathbf{C}} \mathbf{s} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{s}$$

Teorema di Ampere

L'integrale su un cammino chiuso **C** del vettore **B** è dato dal prodotto della permeabilità magnetica μ_0 per la somma della corrente totale **i** che attraversa una qualunque superficie che ha come contorno **C**. ($[\mu_0]=1.26 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}=4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$)

$$\oint_C \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = \mu_0 \mathbf{i}$$

Onde elettromagnetiche

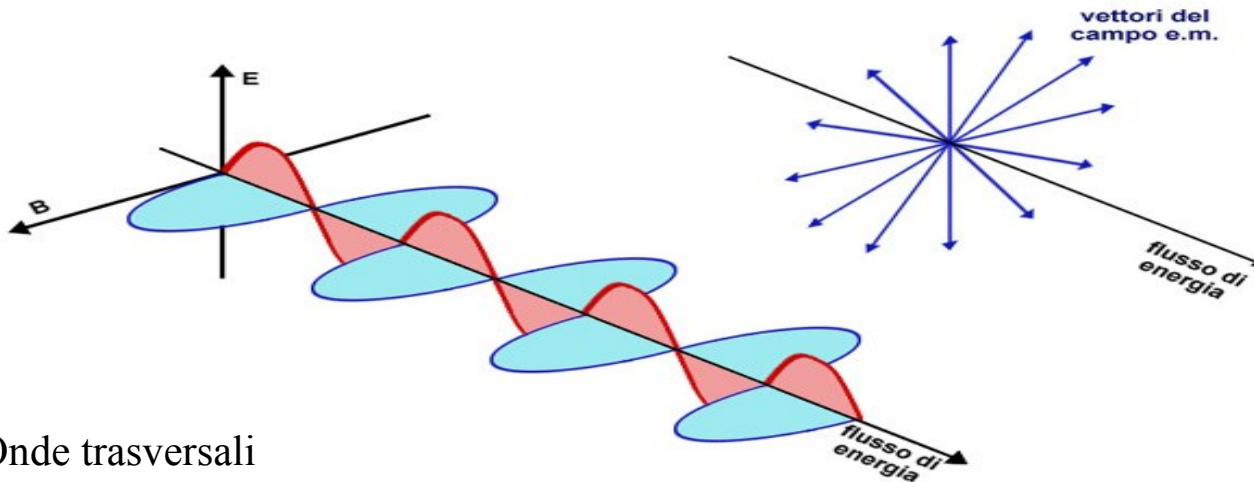
La luce è un'onda elettromagnetica, ovvero un campo elettrico e un campo magnetico che insieme si propagano **trasportando energia**. Le onde elettromagnetiche sono delle oscillazioni, tra loro perpendicolari, del campo elettrico e di quello magnetico, che oscillano trasversalmente (perpendicolarmente) alla direzione di propagazione. Ad ogni cresta (o massimo valore) del campo elettrico corrisponde una cresta del campo magnetico. Se indichiamo con \mathbf{x} la direzione di propagazione dell'onda, le seguenti espressioni indicano le componenti di \mathbf{E} e \mathbf{B} lungo i rispettivi assi perpendicolari ad \mathbf{x} e perpendicolari tra loro:

$$\begin{cases} \mathbf{B} = \mathbf{B}_m \text{sen}(\mathbf{kx} - \omega t) \\ \mathbf{E} = \mathbf{E}_m \text{sen}(\mathbf{kx} - \omega t) \end{cases}$$

$$\omega = 2\pi\nu \quad \lambda\nu = v$$

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Dove \mathbf{B}_m e \mathbf{E}_m indicano le rispettive ampiezze, \mathbf{k} il numero d'onda, ω la pulsazione, ν la frequenza, λ la lunghezza d'onda e v la velocità dell'onda. Come si evince dalle precedenti espressioni \mathbf{E} e \mathbf{B} sono in fase.

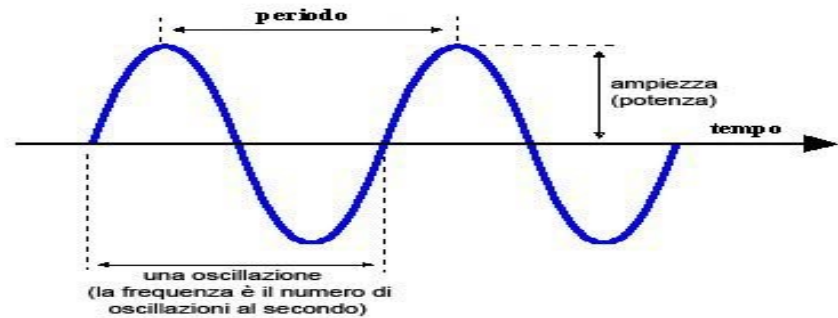
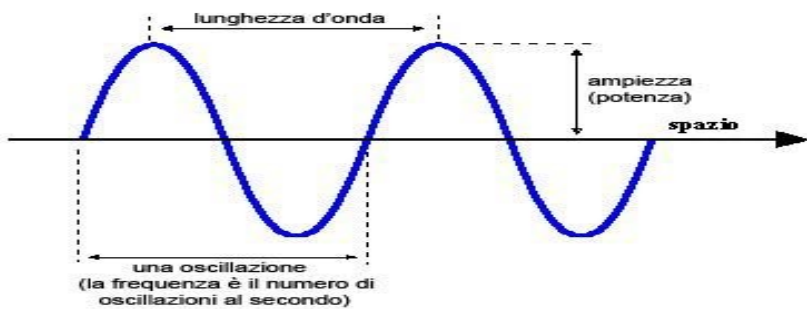
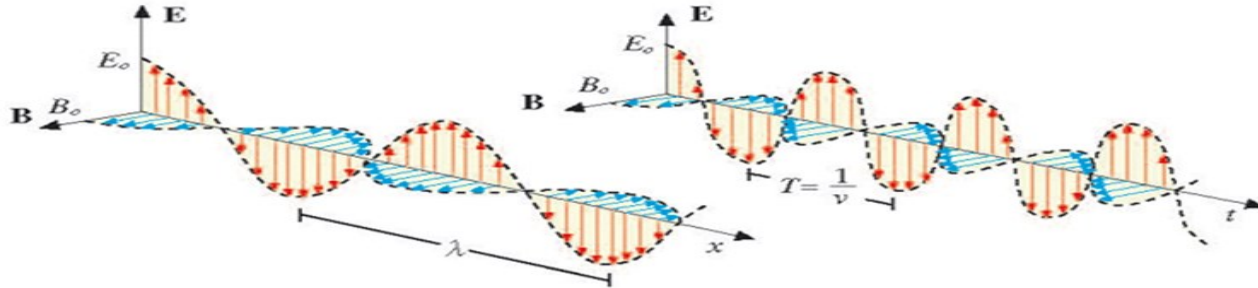


Onde elettromagnetiche

$$\begin{cases} \mathbf{B} = \mathbf{B}_m \text{sen}(\mathbf{kx} - \omega t) \\ \mathbf{E} = \mathbf{E}_m \text{sen}(\mathbf{kx} - \omega t) \end{cases}$$

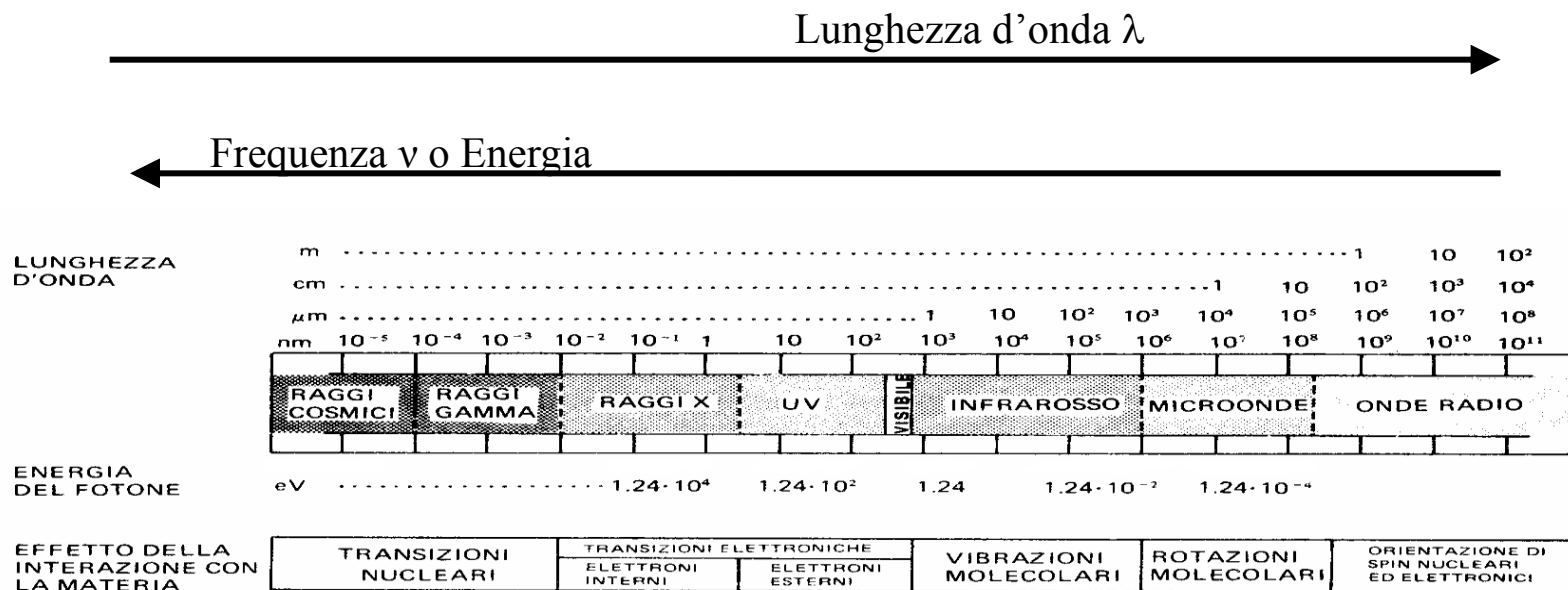
$$\omega = 2\pi\nu \quad \lambda\nu = v$$

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda}$$



Onde sonore: longitudinali

Lo spettro elettromagnetico



$$E = h \nu, \quad h = \text{costante di Planck (} h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js)}$$

Colore	Lunghezza d'onda
Violetto	380÷450 nm
Blu	450÷495 nm
verde	495÷570 nm
Giallo	570÷590 nm
Arancione	590÷620 nm
Rosso	620÷750 nm

Il visibile è quella regione dello spettro con lunghezza d'onda compresa indicativamente tra 380 e 750 nm

La luce (visibile e non) si propaga nel **vuoto** ad una velocità pari a:

$$c = 299792458 \text{ m/s} \cong 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

qualunque sia la sua lunghezza d'onda λ .

In un mezzo trasparente omogeneo ed isotropo, diverso dal vuoto, la velocità della luce risulta **minore** di c ed inoltre varia al variare di λ (**dispersione della luce**).

$$v(\lambda) < c$$

L'**indice di rifrazione assoluto** $n(\lambda)$ di un mezzo trasparente omogeneo ed isotropo alla lunghezza d'onda λ è definito dal rapporto:

$$n(\lambda) = \frac{c}{v(\lambda)}$$

dove $v(\lambda)$ è la velocità di propagazione della luce di lunghezza d'onda λ nel mezzo considerato. n è ovviamente sempre maggiore di 1.

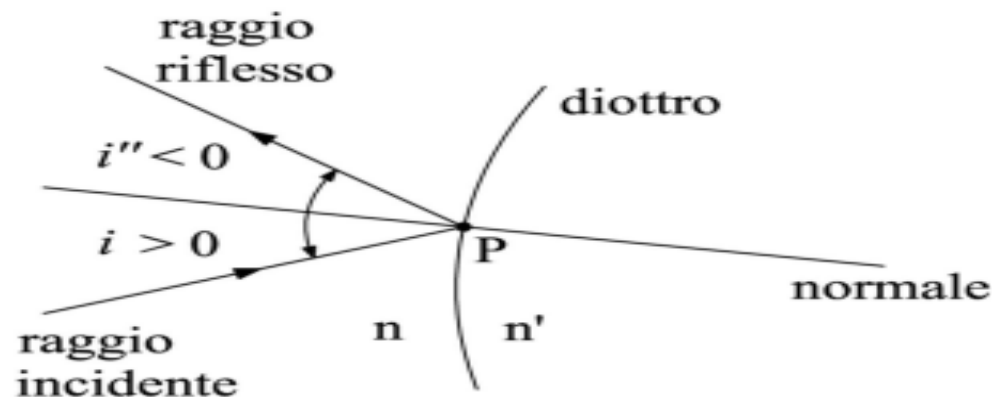
Due mezzi risultano otticamente diversi se hanno indici di rifrazione differenti.

Quando un raggio luminoso passa attraverso una superficie di separazione di due mezzi otticamente diversi (diottro) si può avere: **riflessione**, **rifrazione** e **assorbimento**.

La **legge della riflessione** stabilisce che:

- il raggio riflesso si trova nello stesso mezzo ottico in cui si trova il raggio incidente;
- il verso del raggio riflesso è tale da indicare un flusso di energia elettromagnetica che si allontana dal diottro;
- il raggio riflesso passa per il punto di incidenza P;
- il raggio riflesso giace nel piano di incidenza (piano determinato dal raggio incidente e dalla normale);
- l'angolo acuto i'' che il raggio riflesso forma con la normale al diottro, passante per P, è detto **angolo di riflessione** ed anche esso si misura a partire dalla normale ed è positivo nel verso antiorario;
- l'angolo di riflessione è uguale all'angolo di incidenza cambiato di segno

$$i = -i''$$

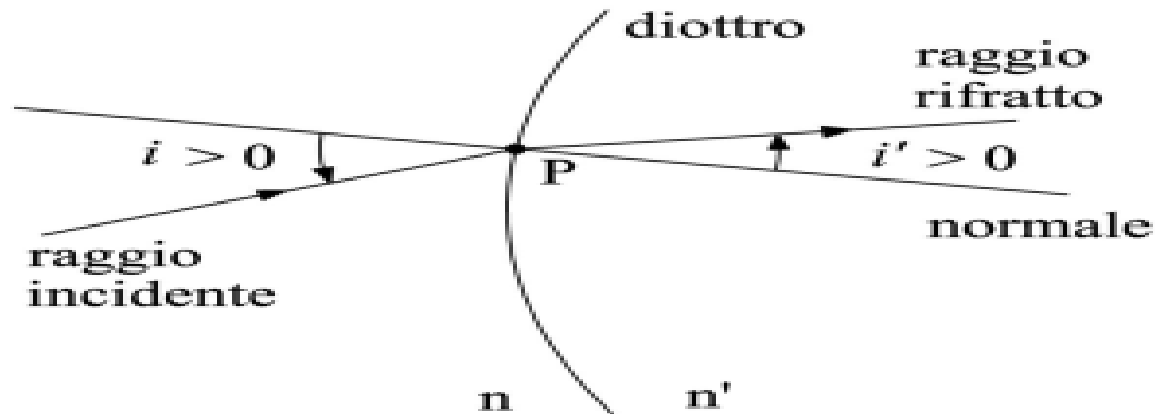


La **legge della rifrazione** stabilisce che:

- il raggio rifratto **non** si trova nello stesso mezzo ottico dove si trova il raggio incidente;
- il verso del raggio rifratto è tale da indicare un flusso di energia elettromagnetica che si allontana dal diottro;
- il raggio rifratto passa per il punto di incidenza P;
- il raggio rifratto giace nel piano di incidenza (raggio incidente, riflesso, rifratto e normale sono **complanari**);
- l'angolo acuto i' che il raggio rifratto forma con la normale al diottro passante per P è detto **angolo di rifrazione** ed anch'esso si misura a partire dalla normale ed è positivo nel verso antiorario;
- l'angolo di rifrazione i' è tale che:

$$n \sin i' = n' \sin i$$

Legge di Snell

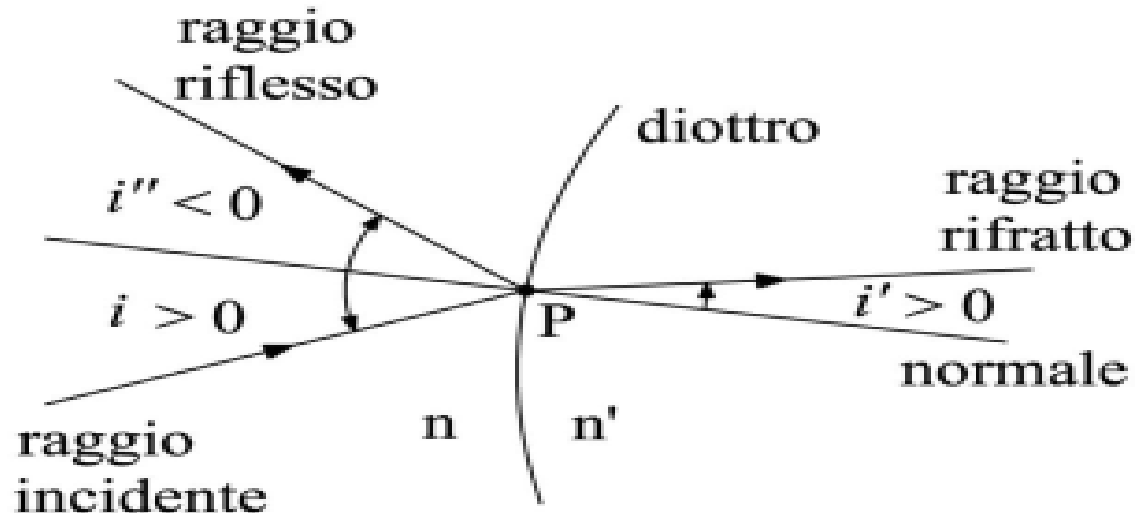


Principio di reversibilità

Una prima osservazione che possiamo fare sulla legge della riflessione e rifrazione ci conduce al **principio di reversibilità**. Se nella riflessione o nella rifrazione invertiamo il verso di propagazione, la luce ripercorre a ritroso il suo cammino

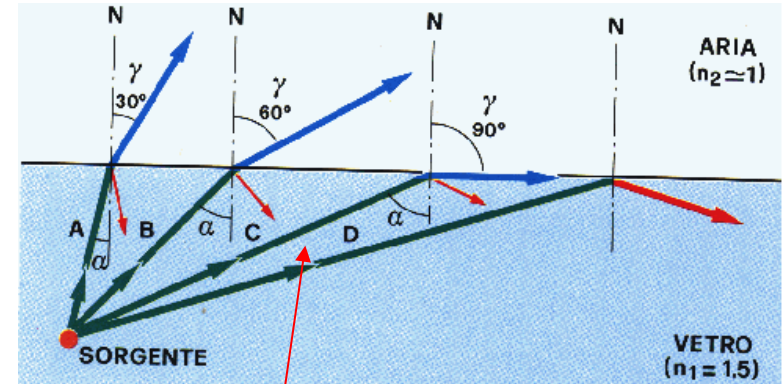
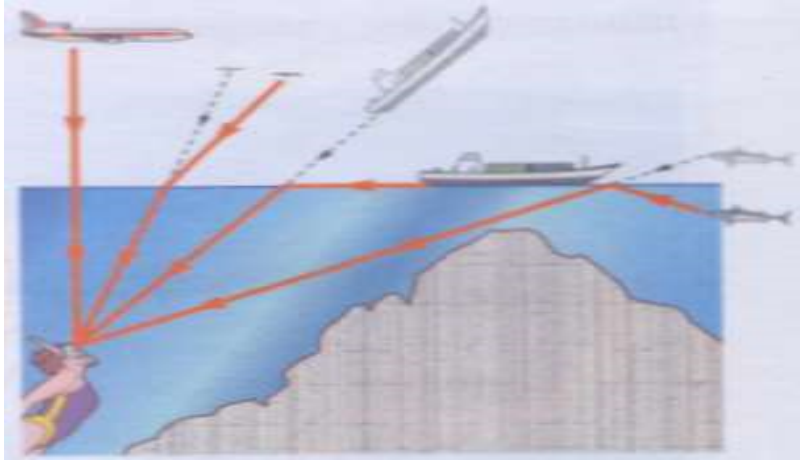
Dalla legge della riflessione e rifrazione è facile verificare che:

Il raggio riflesso ed il raggio rifratto stanno, rispetto alla normale, dalla parte opposta a quella del raggio incidente.



Angolo CRITICO o LIMITE

Quando un raggio passa da un mezzo più denso ad uno meno denso, l'**angolo critico** (noto anche come **angolo limite**) è quell'angolo di incidenza oltre il quale si ottiene solo riflessione.



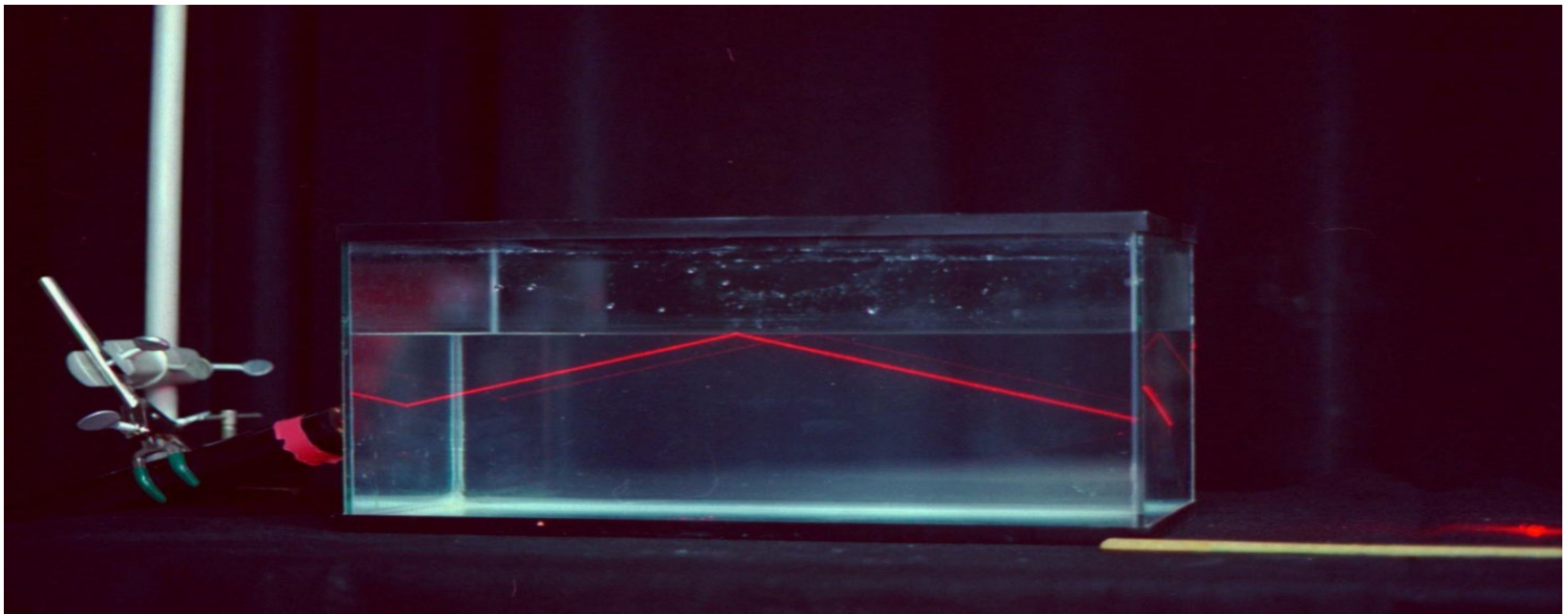
$$n_1 \operatorname{sen} \alpha = n_2 \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} \Rightarrow 1.5 \operatorname{sen} \alpha = 1 \cdot 1$$

$$\alpha = \theta_c = \operatorname{arcsen} \frac{1}{1.5} \cong 42^\circ$$

dove θ_c è l'angolo critico. Questa equazione è facilmente ottenibile dalla Legge di Snell imponendo un angolo di rifrazione pari a $\pi/2$. A titolo di esempio, considerando un raggio di luce che si propaga dal vetro al vuoto si ottiene un angolo critico di circa 42° .

La riflessione interna totale si ottiene solamente se il raggio luminoso incidente si trova nel mezzo più denso. Se il raggio incidente è esattamente all'angolo critico, il raggio rifratto è tangente all'interfaccia nel punto di incidenza.

Quando un raggio, propagandosi nel mezzo più denso, incide su un diottro ad un angolo di incidenza maggiore in valore assoluto dell'angolo critico (associato alla coppia di mezzi separati dal diottro) **non** si ha raggio rifratto ed in questo caso la luce viene totalmente riflessa dal diottro
(**riflessione totale**)

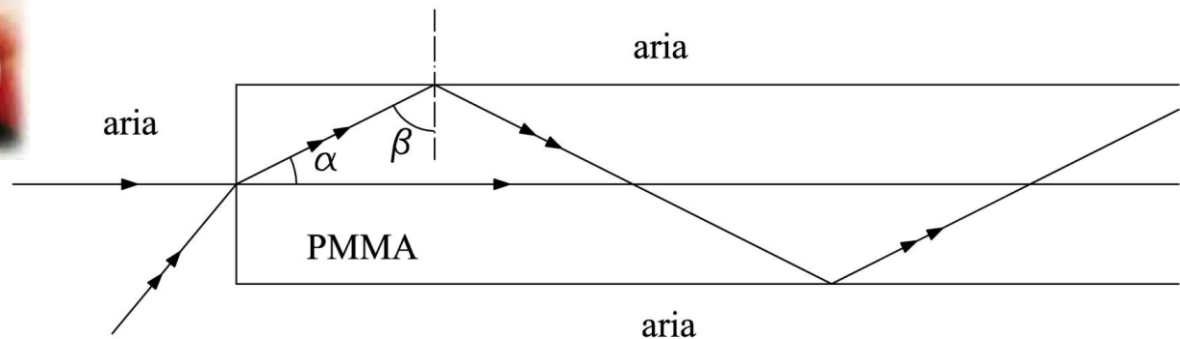


Fibra Ottica

Un altro esempio di sistema ottico, il cui funzionamento è basato sulla riflessione totale, è la **fibra ottica**.

Essa, generalmente, è costituita da un sottile cilindro flessibile di materiale plastico che ha lo scopo di guidare la luce al suo interno.

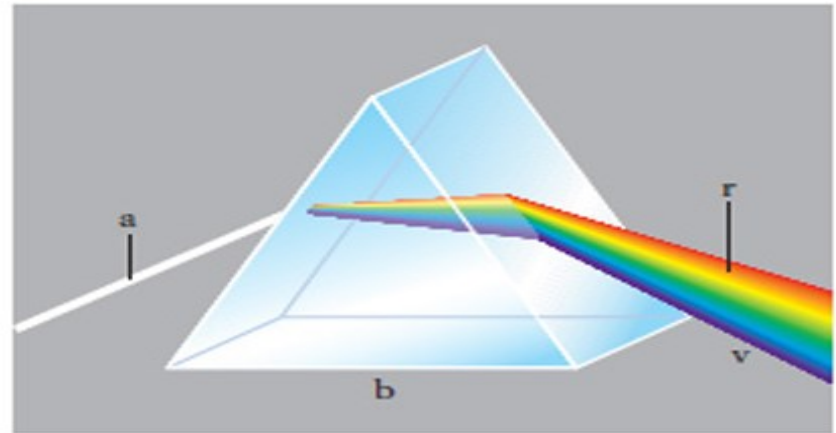
In figura, accanto alla foto della fibra, è mostrato il principio di funzionamento, nel caso in cui la fibra è costituita da un cilindro di materiale plastico noto come PMMA (PoliMetilMetAcrilato) posto in aria. Si noti che il raggio incide sulla superficie laterale della fibra sempre in condizioni di riflessione totale



Effetti della dispersione in rifrazione

Dalla legge della rifrazione espressa nella forma:

$$i' = \text{sen}^{-1} \left(\frac{n}{n'} \text{sen } i \right)$$



è facile osservare che, a causa della dispersione $[n = n(\lambda)]$ fissato l'angolo d'incidenza, la direzione del raggio rifratto cambia al variare della lunghezza d'onda associata al raggio incidente.

In particolare, sapendo che l'indice di rifrazione del vetro e della plastica diminuiscono al passare dal violetto al rosso, si osserva che: **passando dall'aria al vetro (o plastica), un raggio violetto si avvicina di più alla normale che non un raggio rosso.**

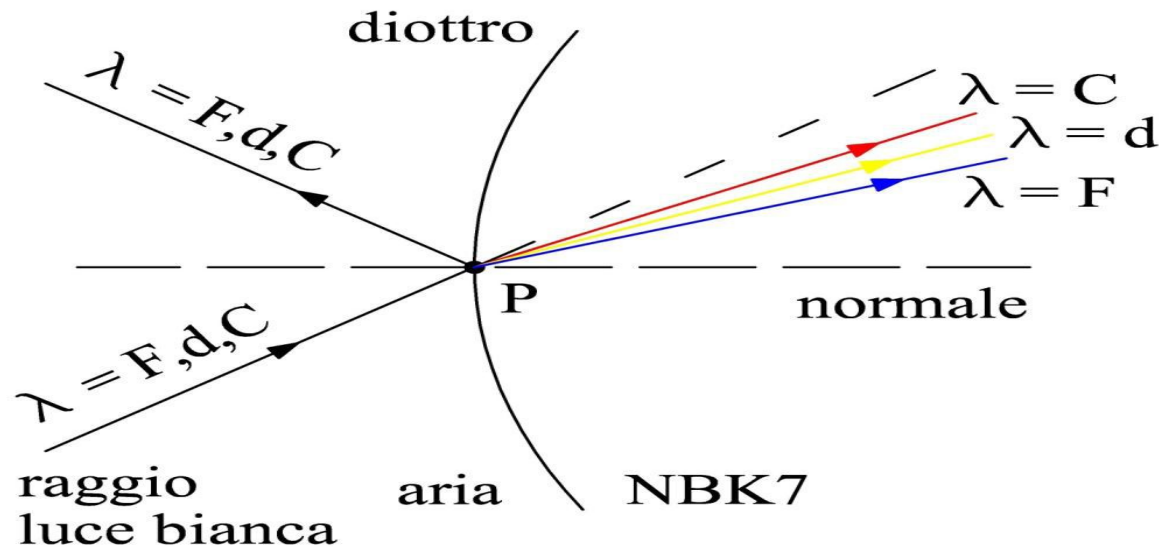
Analogamente: **passando dal vetro (o plastica) all'aria, un raggio violetto si allontana di più dalla normale che non un raggio rosso.**

Riflessione e Rifrazione di Luce Bianca

In figura è mostrata la riflessione e la rifrazione di **un raggio di luce bianca** (a cui sono associate le tre lunghezze d'onda caratteristiche F, d, C) su un diottro aria-NBK7.

Da quanto appena detto avremo che al raggio incidente corrisponderà:

- un raggio riflesso di luce bianca, a cui saranno associate ancora le tre lunghezze d'onda F, d, C ;
- tre raggi rifratti uno per ciascuna lunghezza d'onda.



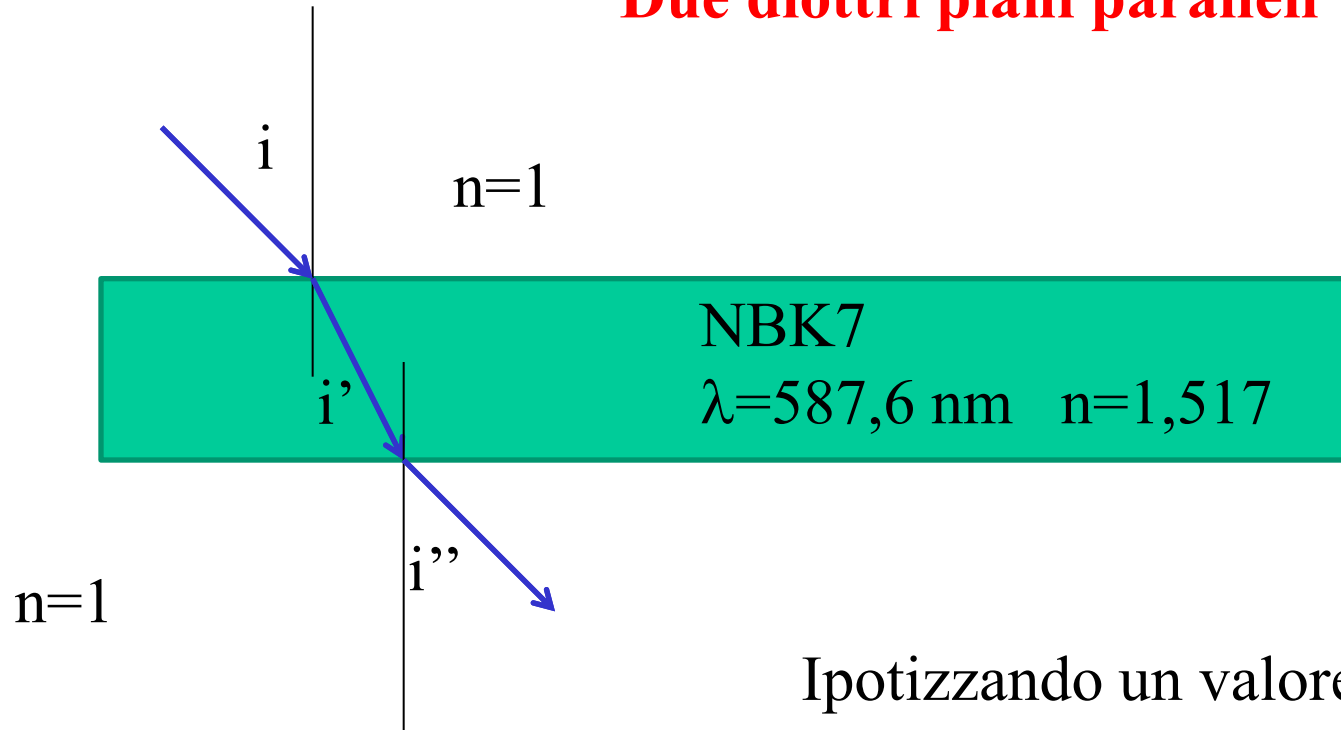
Lo “**sparpagliamento**” del raggio di luce bianca nella rifrazione è essenzialmente dovuto al fatto che **n** varia con la lunghezza d’onda **$n=n(\lambda)$** .

La dipendenza di **n** da λ è stata chiamata appunto **dispersione**, perché produce uno “**sparpagliamento angolare**” dei raggi rifratti.

ATTENZIONE

Nel caso di incidenza normale **NON** si ha “sparpagliamento angolare” dei raggi rifratti, ma la dispersione della luce continua ad essere **presente** in quanto la sua velocità varia al variare della lunghezza d’onda considerata.

Due diottri piani paralleli



Ipotizzando un valore per i
determinare i' e
successivamente i''