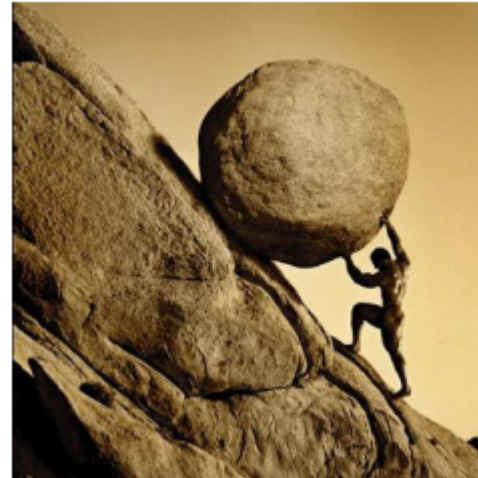


Lavoro ed energia

Lavoro di una forza
Teorema dell'energia cinetica
Forze conservative
Conservazione dell'energia

Introduzione

- Nella meccanica classica l'energia è definita come quella grandezza fisica che può venire "consumata" per generare una forza.
- In un sistema isolato l'energia può trasformarsi in forme diverse, ma complessivamente rimane costante
- Se il sistema è aperto i cambiamenti della sua energia sono legati al lavoro fatto sul sistema
- Ci sono due diversi modi per trasferire energia fra sistemi diversi: il lavoro (w) e il calore (Q)



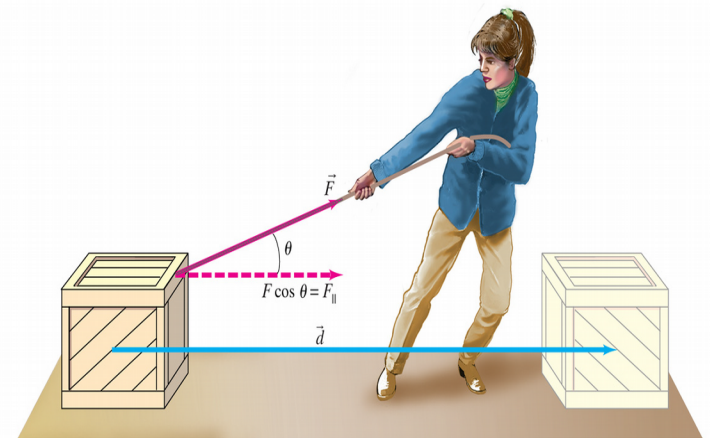
Lavoro di una forza

Suppongo di spostare una valigia spingendo o tirando con una forza F

Solo se la valigia si sposta ho fatto un lavoro

Si definisce **lavoro** compiuto dalla forza F che sposta il suo punto di applicazione di una quantità s , il prodotto scalare:

$$L = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s} = F s \cos \theta$$



Fisica
Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

Se teniamo una valigia sollevata da terra non compiamo alcun lavoro

Unità di misura del Lavoro

Nel SI il lavoro si misura in Joule:

$$L = F \cdot s$$

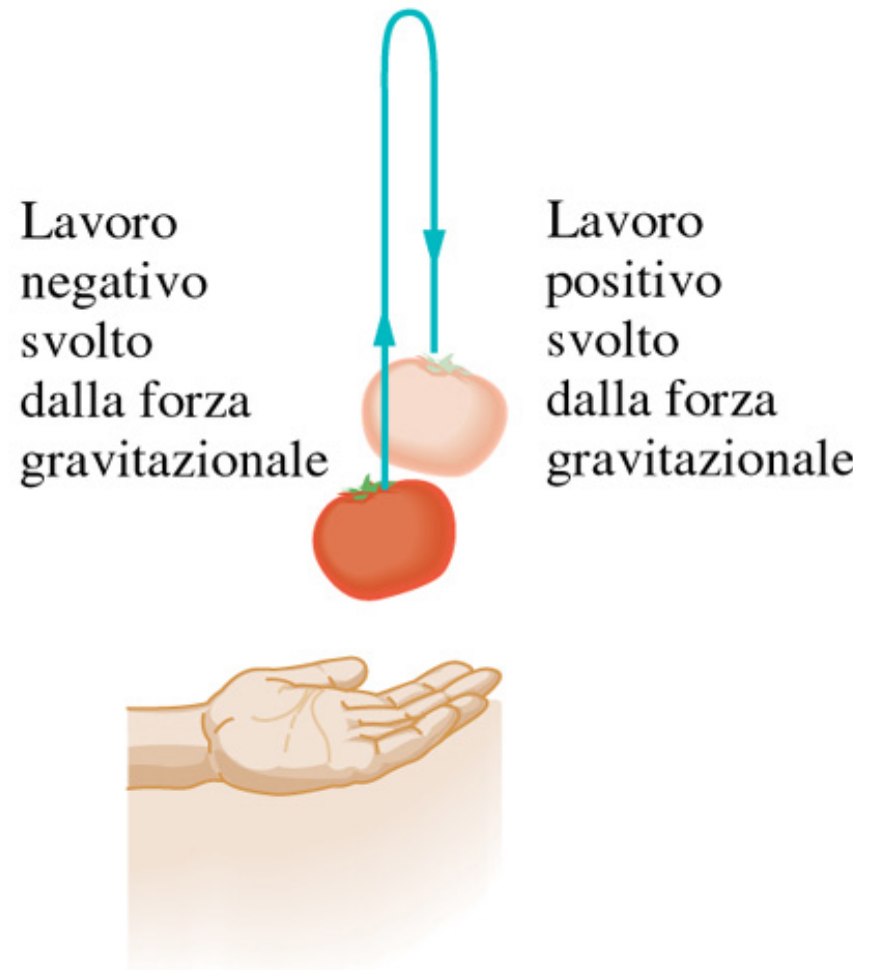
□

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Lavoro

Esempio

Il lavoro può essere positivo (la componente della forza lungo lo spostamento ha lo stesso verso del primo) o negativo (la componente della forza lungo lo spostamento ha verso opposto al primo)

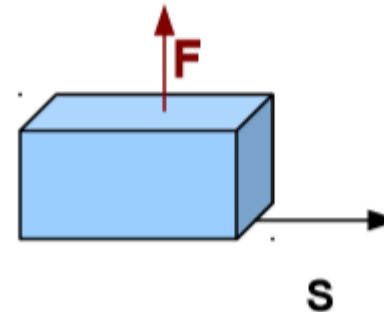
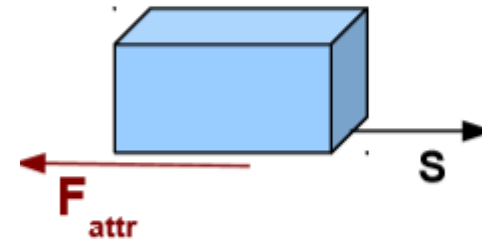
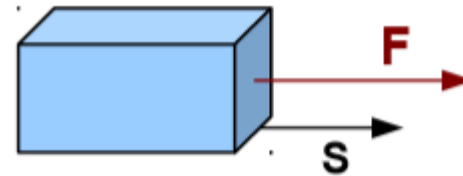


Che segno ha il lavoro?

Se accelero un oggetto fino a una certa velocità compio un lavoro positivo sull'oggetto

Ora lo lascio andare e l'oggetto si ferma: le forze di attrito compiono un lavoro negativo

Se mi muovo a velocità costante con una valigia in mano F è perpendicolare a s e quindi $W=0$



Casi particolari

□ L è **massimo** nel caso in cui forza e spostamento siano paralleli e concordi:

$$L = F s \cos 0 = F s$$

□ L è **nullo** nel caso in cui forza e spostamento siano perpendicolari:

$$L = F s \cos \pi/2 = 0$$

□ L è **minimo** nel caso in cui forza e spostamento siano paralleli e discordi:

$$L = F s \cos \pi = - F s$$

Chi fa il lavoro?

Se spingo un blocco esercito una forza F su quel blocco e lo sposto di s

- Il blocco esercita una forza $-F$ su di me con lo stesso spostamento
- Il lavoro fatto dal blocco su di me è opposto a quello fatto da me sul blocco
 - Nel calcolare il lavoro occorre sempre precisare chi fa il lavoro su cosa

Lavoro compiuto per sollevare ed abbassare un peso

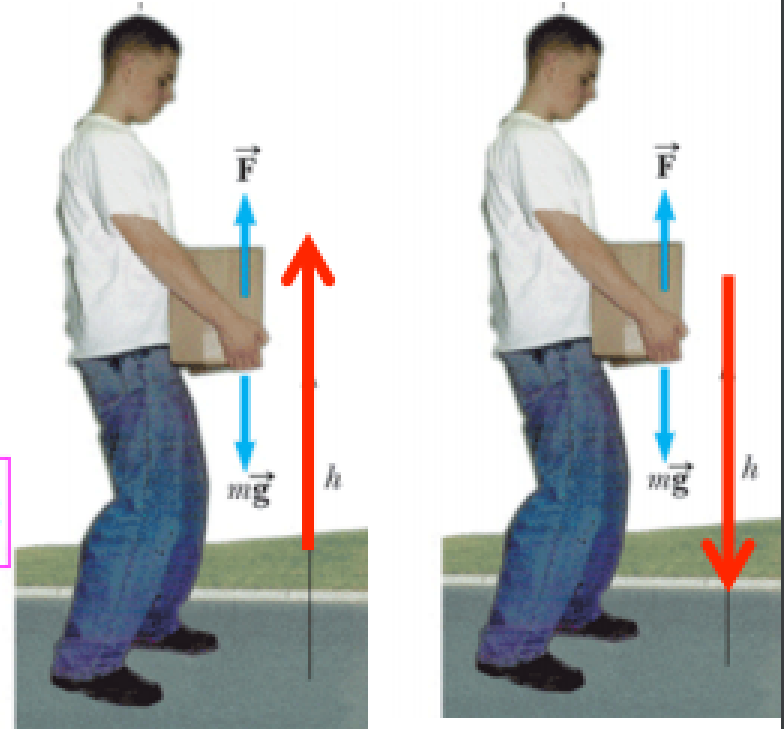
Supponiamo di sollevare una cassa di massa m dal pavimento ad un'altezza h e poi poggiarlo a terra di nuovo

➤ Durante il sollevamento agiscono due forze

\vec{F} Forza applicata alla cassa per sollevarla (stesso verso dello spostamento) $\Rightarrow L_a$

\vec{F}_g Forza gravitazionale (verso opposto a quello dello spostamento) $\Rightarrow L_g = -mgh$

$$\Delta K_{\text{sollevamento}} = K_f - K_i = L_a + L_g = L_a - mgh$$



➤ Mentre la cassa viene posata di nuovo a terra (spostamento verso il basso) ancora agiscono due forze

\vec{F} Forza applicata alla cassa per non lasciarla cadere (verso opposto allo spostamento) $\Rightarrow L_a = -Fh$

\vec{F}_g Forza gravitazionale (stesso verso dello spostamento) $\Rightarrow L_g = mgh$

$$\Delta K_{\text{abbassamento}} = K_f - K_i = L_a + L_g = L_a + mgh$$

Lavoro compiuto per sollevare ed abbassare un peso

$$\Delta K_{\text{sollevamento}} = K_f - K_i = L_a + L_g = L_a - mgh$$

- La forza applicata trasferisce energia alla cassa ($L_a > 0$)
- La forza gravitazionale sottrae energia alla cassa ($L_g < 0$)

$$\Delta K_{\text{abbassamento}} = K_f - K_i = L_a + L_g = L_a + mgh$$

- La forza applicata sottrae energia alla cassa ($L_a < 0$)
- La forza gravitazionale trasferisce energia alla cassa ($L_g > 0$)

NB: Nel caso in cui la cassa parta da ferma ($K_i=0$) e arrivi alla fine dello spostamento ferma ($K_f=0$), o nel caso più generale in cui K_f e K_i siano uguali le due relazioni si riducono a:

$$L_a + L_g = 0 \quad \longrightarrow \quad L_a = -L_g = -mgh(\cos \theta)$$

Il lavoro compiuto dalla forza applicata è uguale ed opposto al lavoro compiuto dalla forza gravitazionale

Per completezza

NB: Il lavoro per spostare un qualsiasi corpo dal pavimento ad un'altezza h (con velocità iniziali e finali nulle) e riabbassarlo sul pavimento (sempre con velocità iniziali e finali nulle) è NULLO (non confondete il lavoro con la fatica ... ☺)

Concetto di energia

Non è semplice definire il concetto di energia, ma in generale si intende la capacità di un corpo o di un sistema di compiere lavoro.

L'energia cinetica è una forma particolare di energia. Esprime l'energia che un corpo possiede per il fatto che si muove.

Trattandosi di una grandezza omogenea al lavoro, si misura in J nel SI.

Energia cinetica

Energia cinetica di un corpo : *energia associata allo stato di moto del corpo*

Se ad un certo istante un corpo si muove con una velocità v , sufficientemente inferiore alla velocità della luce, l'energia cinetica del corpo in quell'istante é

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Energia Cinetica

- L'energia cinetica aumenta quadraticamente all'aumentare del modulo della velocità e se un corpo è fermo la sua energia cinetica è nulla
- L'energia cinetica dipende linearmente dalla massa del corpo
- L'unità di misura dell'energia è il Joule e si ha che:

$$1J = Kg \cdot m^2 / s^2$$

Teorema dell'energia cinetica

Data una particella di massa m e velocità v , si definisce **energia cinetica** la quantità scalare:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Secondo il teorema dell'energia cinetica o delle forze vive:

il lavoro compiuto dalla risultante delle forze agenti su una particella che si muove di moto accelerato è uguale alla variazione di energia cinetica:

$$L = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

Quando è svolto lavoro sul sistema e la sola variazione nel sistema è la variazione del modulo della velocità, il lavoro compiuto dalla forza risultante che agisce sul sistema è pari alla variazione dell'energia cinetica della particella che avviene nello spostamento.

Energia potenziale

Un altro tipo generico di energia è l'**ENERGIA POTENZIALE** che rappresenta *l'energia associata allo stato di un sistema di corpi che interagiscono reciprocamente per mezzo di un campo di forze.*

ES: sistema pallina-Terra che interagiscono mediante la forza gravitazionale.

L'energia Potenziale è energia immagazzinata, pronta ad essere trasformata in una qualche altra forma di energia come ad esempio energia cinetica

Esempi: La molla compressa (Energia potenziale elastica), un oggetto sospeso nel vuoto ad una certa distanza dal suolo (Energia potenziale gravitazionale)

Energia potenziale

Il lavoro può essere espresso oltre che mediante la variazione di energia cinetica anche mediante la variazione di energia potenziale

Consideriamo il sistema pallina-terra che interagisce attraverso la forza gravitazionale, se applichiamo una forza esterna al sistema per sollevare lentamente la pallina dalla quota y_a alla quota y_b (spostamento $\Delta y = y_b - y_a$) compiamo sul sistema un certo lavoro che, se la pallina risulta a riposo prima e dopo lo spostamento, non può trasformarsi in energia cinetica (che rimane nulla). Non c'è neanche variazione di energia interna, in quanto non c'è motivo che l'energia della pallina aumenti =>

L'energia fornita dall'esterno viene "immagazzinata" pronta ad essere trasformata in energia cinetica non appena la pallina viene lasciata cadere .

Questa energia è proprio "Energia Potenziale"

Energia potenziale gravitazionale

Un corpo possiede energia potenziale gravitazionale se il lavoro che esso può fare è dovuto alla posizione che esso occupa

▫ Energia potenziale gravitazionale

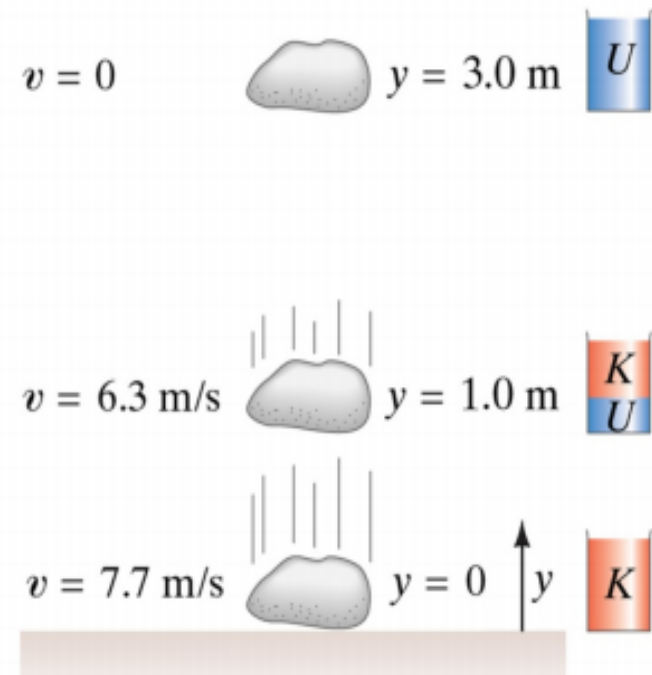
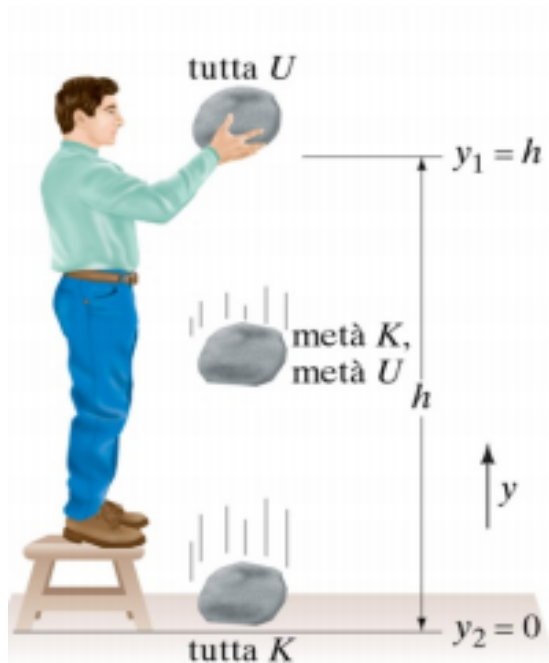
Un corpo sospeso ad una certa altezza h possiede una energia potenziale gravitazionale pari al lavoro che la forza peso fa quando il corpo ,cade liberamente fino al piano di riferimento rispetto al quale vengono misurate le quote.

Vale la relazione :

$$U_p = Ph \text{ ovvero } U_p = mgh$$

□ Energia potenziale gravitazionale

La forza di gravità è una forza conservativa, ad essa è associata una energia potenziale pari a $U = m g h$
E' l'energia che il corpo possiede per il fatto che si trova ad una certa quota h .



Energia potenziale elastica

Anche una molla compressa possiede energia potenziale, energia potenziale elastica.

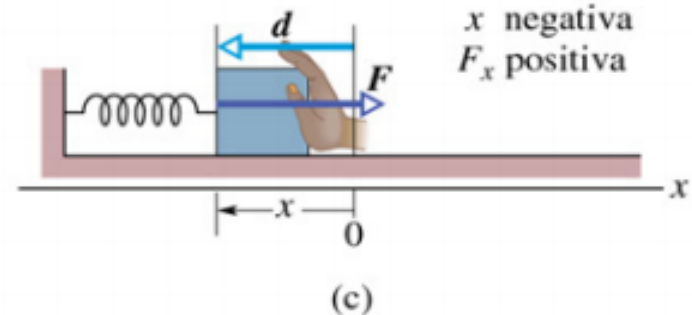
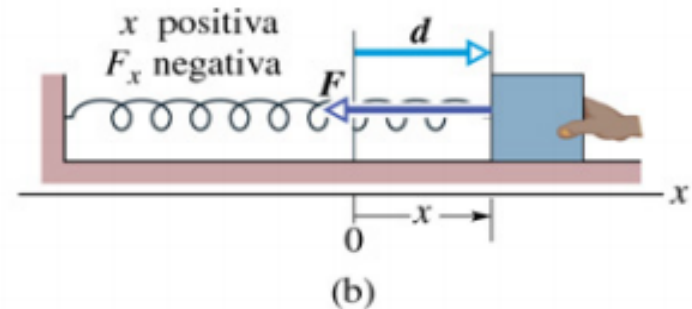
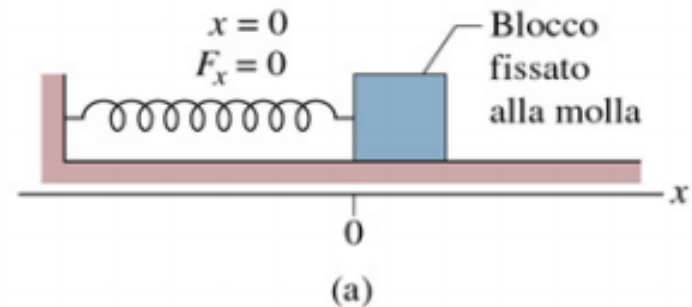
Se infatti consideriamo una molla disposta verticalmente, compressa e con sopra una sferetta, appena lasciata libera, la molla scatterà spingendo la sferetta verso l'alto fino ad una certa altezza h .

Se P è il peso della sfera, il lavoro compiuto dalla molla è $L=Ph$ e tale lavoro misura l'energia potenziale elastica della molla che si può esprimere

$$U = \frac{1}{2}k x^2$$

Ricordando che per una forza di natura elastica esiste una proporzionalità diretta fra deformazione e forza deformante:

$$F = -k x \text{ (legge di Hooke).}$$



Forze conservative

Affinché si possa parlare di energia potenziale di un sistema, il sistema e le forze che agiscono su di esso devono avere determinate proprietà.

1. il sistema deve consistere di due o più oggetti ed il corpo ed il resto del sistema devono interagire mediante una forza

1. Quando la configurazione del sistema cambia (es: cambiamenti di posizione o cambiamento di stato di una molla...) la forza compie lavoro (L_1) sul corpo con trasferimento dell'energia cinetica in un'altra forma di energia

1. Quando si cambia il senso della variazione della configurazione la forza inverte il trasferimento di energia svolgendo lavoro (L_2)

Se e solo se $L_1 = -L_2$, cioè se solo se il trasferimento di energia può essere invertito, si può parlare di energia potenziale

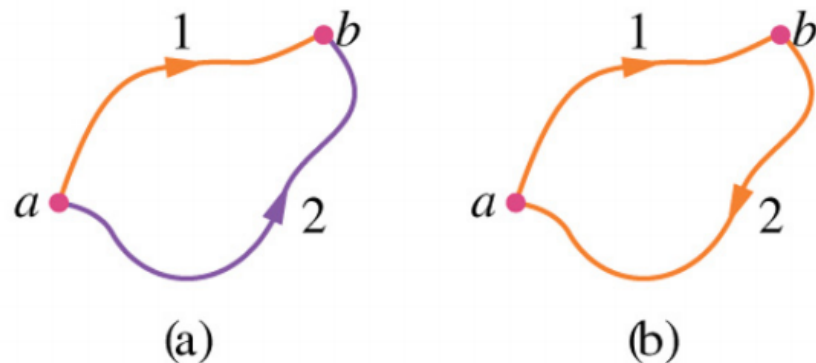
Forze che presentano tali proprietà vengono dette FORZE CONSERVATIVE

Forze conservative

Una forza si dice conservativa quando il lavoro svolto su un percorso che unisce due punti dipende unicamente dai punti iniziale e finale e non dal dettaglio del percorso seguito. Alternativamente, una forza è conservativa quando il lavoro svolto lungo qualsiasi circuito chiuso è nullo. Se invece il lavoro dipende dal cammino seguito, viene perduto sotto forma di energia non riutilizzabile (es. energia termica - calore - negli attriti) e la forza è detta dissipativa.

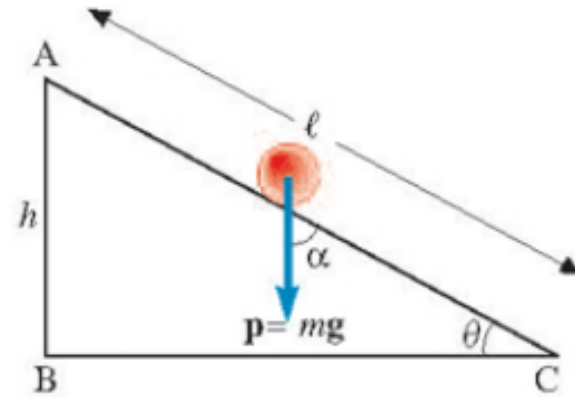
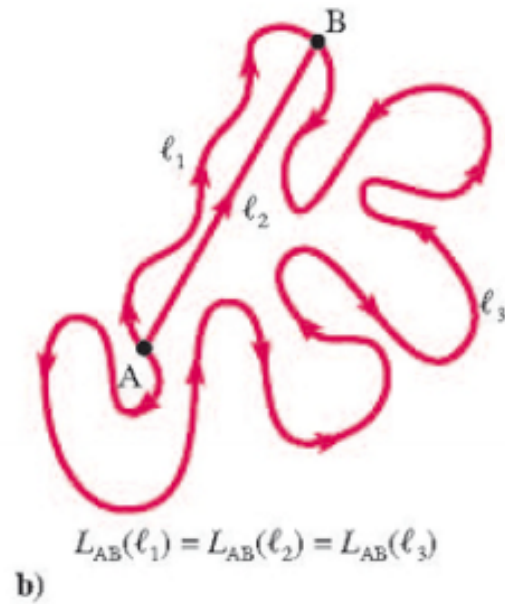
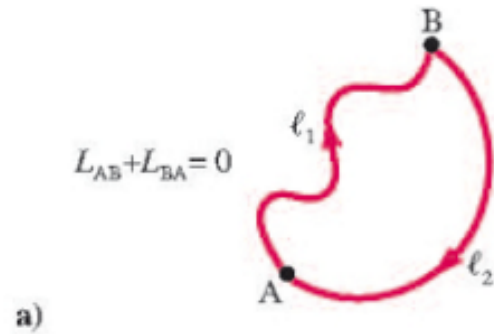
Mentre su un punto materiale agisce una forza il punto può percorrere traiettorie molto complicate.

Il lavoro L dipende in generale da A , da B e dal percorso scelto per andare da A a B .



Per le **forze conservative**, L dipende dai soli punti iniziali e finali e non dalla traiettoria seguita.

Forze conservative



(a) $L_{BA} = -mgh$
 (b) $L_{BA} = L_{BC} + L_{CA} =$
 $= 0 - mgl \cos \alpha =$
 $= -mgl \sin \theta = -mgh$

Figura 2.19

Il lavoro resistente L_{BA} della forza peso è uguale quando è calcolato (a) lungo la verticale o (b) lungo il piano inclinato (se lo spostamento è orizzontale rispetto al suolo, essendo la forza peso verticale, il lavoro è nullo per la sua definizione).

Forze non conservative

Le forze non conservative, non conservano l'energia meccanica del sistema e quindi dissipano energia. In presenza di forze non conservative per calcolare il **lavoro meccanico** occorre effettuare un'**integrazione sul percorso** effettuato dalla massa. Ma è l'unica soluzione?

Supponiamo di avere un punto materiale su cui agiscono forze diverse, alcune di natura conservativa ed altre di tipo non conservativo. Calcoliamo il lavoro totale compiuto da tutte le forze tra i punti iniziale e finale lungo una certa traiettoria. Per il **teorema del lavoro e dell'energia cinetica**, tale lavoro corrisponde alla variazione dell'energia cinetica posseduta dal punto in tali posizioni:

$$L = L_{cons} + L_{non-cons} = T_2 - T_1$$

La differenza di energia potenziale del punto materiale è uguale al lavoro delle sole forze conservative:

$$L_{cons} = U_1 - U_2$$

Sostituendo questa espressione nella prima otteniamo:

$$L_{non-cons} = (T_2 + U_2) - (T_1 + U_1) = E_2 - E_1 = \Delta E$$

Forze non conservative

Tra le forze non conservative più comuni ricordiamo la **forza di attrito**, la **resistenza viscosa** e la **resistenza idraulica**. Queste forze infatti hanno una stretta dipendenza dal tragitto percorso dal punto materiale. Sono anche responsabili della dissipazione dell'energia del sistema. Sono infatti anche note come forze dissipative. L'energia dissipata si trasforma in un altro tipo di energia come ad esempio la deformazione del materiale o il calore.

Energia Potenziale e lavoro

Consideriamo un corpo che fa parte di un sistema sul quale agisca una forza conservativa F .

Quando la Forza compie lavoro la variazione dell'energia potenziale è pari all'opposto del lavoro svolto. :

$$L = U_i - U_f = -\Delta U$$

(teorema dell'energia potenziale)

L'energia potenziale o posizionale di un corpo rappresenta l'energia che questo possiede in virtù della sua posizione sotto l'azione di una forza di tipo conservativo.

Tale energia è potenzialmente convertibile in altre forme di energia (cinetica, calore, ecc.).

Abbiamo visto che la variazione di energia potenziale è pari all'opposto del lavoro svolto dalla forza conservativa agente sulla particella facente parte del sistema in studio

$$\Delta U = -L$$

A partire dalla definizione si può osservare che:

➤ Se l'energia potenziale aumenta, il lavoro eseguito è negativo (il lavoro viene fatto dall'esterno sul sistema) $\Delta U > 0 \longrightarrow L < 0$

Ciò significa che non si può estrarre lavoro dalla forza durante un processo in cui l'energia potenziale aumenta, ma sarà necessario fornire lavoro dall'esterno perché il processo sia possibile.

➤ Se l'energia potenziale diminuisce, il lavoro eseguito è positivo e si può utilizzare durante il processo.

$$\Delta U < 0 \longrightarrow L > 0$$

L'energia potenziale indica la capacità della forza di fornire lavoro.

Legge di conservazione dell'energia

in fisica, la **legge di conservazione dell'energia** è una delle **più importanti leggi di conservazione osservata nella natura**. Nella sua forma più studiata e intuitiva questa legge afferma che, sebbene l'energia possa essere trasformata e convertita da una forma all'altra, la quantità totale di essa in un sistema isolato non varia nel tempo.

Conservazione dell'energia meccanica

Energia Meccanica e conservazione dell'Energia Meccanica

L'energia meccanica E di un sistema è l'energia totale data dalla somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale relativa ai corpi che compongono il sistema stesso.

$$E = U + T$$

Per il lavoro delle forze conservative valgono allora due relazioni:

1) **Teorema dell'energia cinetica (questo teorema vale per tutte le forze, conservative e non):**

$$L = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = T_f - T_i = \Delta T$$

2) **Definizione di energia potenziale (questa vale solo per le forze conservative):**

$$L = U_i - U_f = -\Delta U$$

$$L = T_f - T_i = \Delta T = -\Delta U = U_i - U_f \quad \Rightarrow \quad U_i + T_i = U_f + T_f$$

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA:

Quando in un sistema isolato agiscono solo forze conservative l'energia potenziale e quella cinetica possono variare singolarmente, ma la loro somma, l'energia meccanica E del sistema, deve rimanere costante

$$E = U + T = \text{cost}$$

conservazione
dell'energia
meccanica

Conservazione dell'energia meccanica

Principio di conservazione dell'energia (meccanica):

L'energia si può trasformare da una forma all'altra ma l'energia totale di un sistema si conserva

Non è dimostrabile ma al momento non ci sono casi in cui l'energia non si sia conservata

Vale per tutte le forme di energia

Conservazione dell'energia meccanica

Cerchiamo con un esempio figurato di capire la trasformazione dell'energia.

Immaginate di aver disposto in modo ordinato delle biglie nella vostra stanza. Se, a vostra insaputa, un vostro amico entra nella stanza e si mette a giocare, può spargere le biglie. Al vostro rientro, andrete a raccogliere le biglie che avranno cambiato posizione. Poiché voi conoscete il numero iniziale delle biglie, se quelle che avete raccolto non corrispondono al numero iniziale, non dovrete fare altro che cercare con attenzione dove siano andate a finire le biglie mancanti. Questo esempio vuole dimostrare che, quando si determina l'energia a disposizione di un sistema fisico (nell'esempio del passo precedente, la stanza), essa può trasformarsi in altre forme di energia. Il suo valore totale, però, rimane costante.

Questo a condizione che, come accaduto alle biglie, riusciamo ad individuare le trasformazioni subite dall'energia. Questo è uno dei più importanti principi della fisica, anzi uno dei pilastri su cui poggia tutta la fisica (sia classica che relativistica). In pratica, quando sembra che il principio di conservazione dell'energia non sia rispettato, significa che siamo noi a dover ricercare le possibili trasformazioni che l'energia ha subito. Quando il sistema in cui operiamo è **chiuso**, cioè non può comunicare con "l'esterno" in nessuna maniera, non ci sono vie di fuga per l'energia, ma non è detto che si mantenga sempre uguale a se stessa. Se una pallina lanciata a velocità costante su un piano infinito e senza attriti proseguirà all'infinito, la stessa pallina in un sistema chiuso su un piano con attrito si fermerà, ma solo perché una parte della sua energia viene dispersa in calore, che però resta sempre nell'ambiente chiuso in cui stiamo operando

Conservazione dell'energia meccanica

Prendiamo in considerazione un altro esempio: una molla carica che cede la sua energia ad un blocco che corre su un piano orizzontale. Nel momento in cui liberiamo la molla, l'energia del sistema coincide con quella elastica che possiede la molla carica. La molla agisce sul blocco che, a causa della forza elastica, aumenta di velocità acquistando energia cinetica. L'energia elastica della molla si trasforma quindi in energia cinetica del blocco, che inizia la sua corsa lungo il piano. Alla fine della corsa, l'energia meccanica è svanita e l'energia inizialmente posseduta dalla molla sembra scomparsa nel nulla. Il principio di conservazione dell'energia, nel caso specifico, indica chiaramente che l'energia meccanica si può trasformare in altre forme di energia e siamo noi che dobbiamo essere in grado di individuarle. L'energia elastica della molla è mutata, attraverso l'attrito del blocco con il piano, in calore assorbito dal sistema. Il sistema, quindi, complessivamente possiede sempre la stessa energia totale.

Potenza

La potenza esprime la rapidità con cui un lavoro viene compiuto. E' definita come il rapporto fra il lavoro compiuto e l'intervallo di tempo impiegato

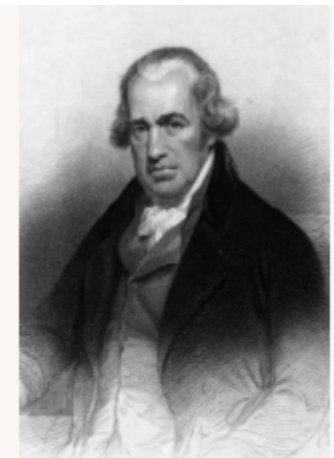
:

$$P = \Delta L / \Delta t$$

Nel SI si misura in Watt (simbolo W):

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J / s.}$$

Il chilowattora (kWh) è un'unità di misura di energia: $1 \text{ kWh} = 10^3 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 3.6 \cdot 10^6 \text{ J}$



📷 James Watt dà il nome all'unità di misura della potenza — Fonte: Getty-Images

LAVORO ED ENERGIA

Il lavoro

$$L = F_p \times s \text{ (joule = N}\times\text{m)}$$



$L > 0$ lavoro motore

$L < 0$ lavoro resistente

Energia

E' la capacità di compiere un lavoro

Energia cinetica

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \text{ (J)}$$

Teorema dell'energia cinetica:

$$L = \Delta E_c$$

La potenza

$$P = L / \Delta t \text{ (watt = J/s)}$$

$$\text{Rendimento} = P \text{ (utile)} / P \text{ (assorbita)} < 1$$

Energia potenziale

gravitazionale

$$E_p = mgh$$



elastica

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 \text{ (J)}$$



Energia meccanica

$$E_m = E_c + E_p$$

Se non agiscono forze esterne l'energia meccanica di un corpo si conserva